CALL CENTEREK HATÉKONYSÁGI VIZSGÁLATAI

PERFORMANCE EVALUATION OF CALL CENTERS

Sztrik János[1],Barnák Albert[2]

Összefoglaló: A Call Centerek egyre fontosabb szerepet töltenek be különböző alkalmazási területeken. Ezért is tartjuk érdemesnek, hogy bemutassunk néhány, könnyen kezelhető, a sorbanállási elmélethez kötődő formulát. Klasszikus és kicsit bonyolultabb modelleken keresztül a rendszert jellemző paraméterekre pontos és közelítő képleteket adunk meg, majd Java appletek segítségével néhány összehasonlítást végzünk.

Kulcsszavak: sorbanállás, születési-halálozási folyamat, teljesítményelemzés, call center, blokkolódás, Erlang-C, Erlang-féle várakozásos formula

Abstract: Call centers play an increasingly important role in various fields of application. That is why we take worth-wile to introduce a few, easy to use formula associated with queueing theory. We provide exact and approximate formulas for parameters of system measures through classical and a bit more complicated models. And we make some comparisons with Java applets.

Keywords: queueing models, birth-death process, performance evaluation, call center, blocking, Erlang-C, Erlang waiting formula

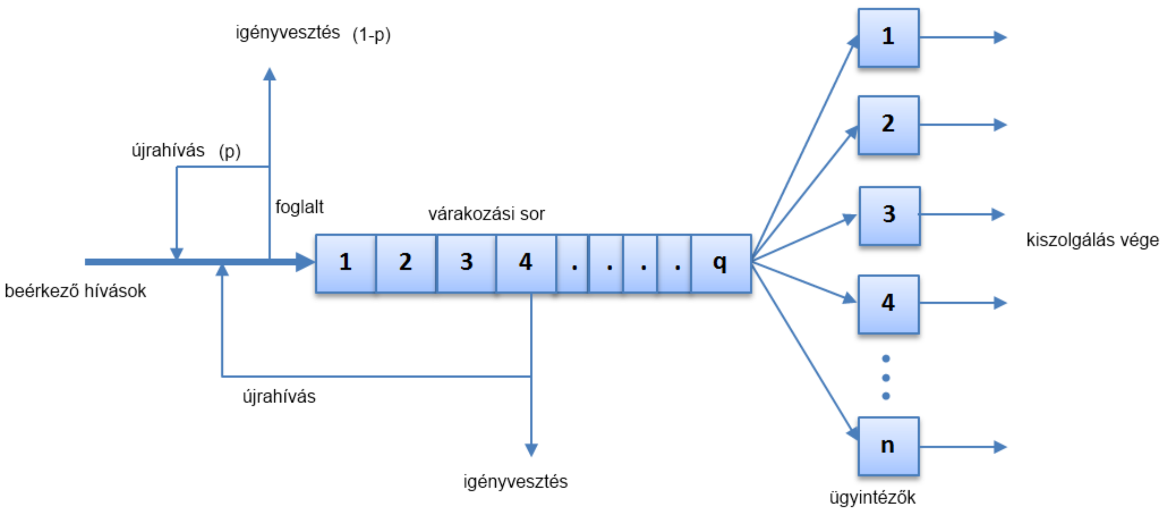
A publikáció elkészítését a TÁMOP 4.2.1./B-09/1/KONV-2010-0007 számú projekt támogatta. A projekt az Új Magyarország Fejlesztési Terven keresztül az Európai Unió támogatásával, az Európai Regionális Fejlesztési Alap és az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

1. Bevezetés

Ma már rengeteg cég alkalmazza a call centereket (illetve annak utódait a contact centereket), hogy kommunikáljon az ügyfeleivel. A call center hatalmas és rendkívül gyorsan fejlődő iparág. Nagy, jól működő call centerekben több száz ügyintéző is dolgozhat, akik óránként több ezer hívást is fogadhatnak, úgy, hogy az ügyintézők átlagos kihasználtsága 90 és 95% között alakul, illetve egy ügyfél sem kap foglalt vonalat, továbbá a hívások több mint a fele azonnal kiszolgálásra kerül. A várakozási idő néhány másodpercben mérhető, sőt csak elhanyagolható számú vásárló hagyja abba a várakozást (1-2%).Egy call center erőforrások (ügyintézők, számítógépek és telekommunikációs eszközök) halmazából álló rendszer, ami szolgáltatásokat nyújt telefonon keresztül. Egy tipikus call centert úgy képzelhetünk el, mint egy végtelen szobát, ahol kis, nyitott fülkékben ülnek az ügyintézők egy-egy monitor előtt, fejükön mikrofonos fejhallgatóval, így telefonon keresztül biztosítva szolgáltatásokat távoli ügyfeleiknek. A call centereket egyszerűen és hasznosan tudjuk sorbanállási rendszerekként szemléltetni. Ez a call center sematikus működését bemutató 1. ábráról tisztán látszik, a call center sorbanállási modelljében az ügyfelek a hívók, az ügyintézők a kiszolgálók, a sor pedig a kiszolgálásra várakozó ügyfelek sora. Ha $p = 0$ valószínűséggel újrahív a felhasználó, akkor Erlang-C rendszerről beszélünk, ha $p = 1$ valószínűséggel hív újra, akkor pedig újrahívásos modellről.

Egy call center tervezésének és teljesítményének menedzselésének tudományos alapokon kell nyugodnia. Jelen cikkünkben a klasszikus $M/M/n$ modellt használjuk.

[1]Debreceni Egyetem, Informatikai Kar,
jsztrik@inf.unideb.hu
[2] Debreceni Egyetem, Informatikai Kar,
albert@barnak.hu



1. ábra Call center sematikus ábrája

2. Matematikai modell

A sorbanállási rendszereket forrásuk szerint végtelen- és véges-forrású osztályba sorolhatjuk. Matematikailag a végtelen-forrású rendszerek könnyebben kezelhetők, mert ekkora beérkezési intenzitások általában függetlenek a rendszer állapotától. Ilyenkor a leggyakoribb feltételezés, hogy az igények beérkezése Poisson-folyamat szerint történik és a kiszolgálási elv FIFO (FirstInFirst Out, azaz az elsőnek beérkezett igényt szolgáljuk ki először). Ami nagymértékben egyszerűsíti a matematikai tárgyalás módot.

Feltételezzük, hogy csak az alábbi két paraméter áll a rendszerüzemeltető felügyelete alatt:

- a telefonvonalak száma (n + q)
- az ügyintézők, kiszolgálók száma (n)

Mivel a telefonvonalak költsége elhanyagolható a humán erőforráséhoz képest, ezért az alkalmazotti létszám (n) meghatározására koncentrálunk és a modellezés során végtelen hosszú várakozási sorral ($q = \infty$) dolgozunk. Így a klasszikus $M/M/n$ sorbanállási vagy más néven az Erlang-C modellt kapjuk, illetve még azt is feltételezzük, hogy a hívások Poisson eloszlás szerint érkeznek, a kiszolgálási idők exponenciális eloszlásúak és a modell az ügyfél türelmetlenségének következtében bekövetkezett elhagyást nem veszi figyelembe. Call centerek vizsgálatakor ez a leggyakrabban használt modell.

Az Erlang-C formulát használjuk a hívásvárakozás valószínűségének ($P(W > 0)$, W a várakozási idő) és a kiszolgálási szint ($P(W \leq awt)$, aholawt az elfogadható várakozási idő) kiszámítására. A modellünk egyfajta hívástípust és egy ügyintézőcsoportot feltételez. Ezt a modellt úgy vizsgálhatjuk, mint egy sztochasztikus folyamatot: $Q(t) \in \{0, \ldots, n+q\}$ábrázolja a rendszerben lévő hívások számát t-edik időpillanatban, legfeljebb $n + q$hívás lehet a rendszerben. Azn jelöli a kiszolgálók számát, a q pedig a sor kapacitását. Ha a rendszer tele van (azaz $Q(t) = n + q$), akkor a hívások blokkolódnak. Jelen cikkünkben csak a lényeges rendszerjellemzőket és paramétereket tárgyaljuk, a rendszer teljes leírása megtalálható Sztrik János egyetemi jegyzetében (Sztrik 2011).

Az intenzitások az egyes állapotokban:

$$\lambda_k = \lambda \qquad \text{, ahol } k = 1,2, \ldots, n+q-1$$

$$\mu_k = \begin{cases} k\mu & \text{, ha} k = 1,2, \ldots, n-1 \\ n\mu & \text{, ha} k = n, n+1, \ldots, n+q \end{cases}$$

Látható, hogy az ergodikusság feltétele $\frac{\lambda}{n\mu} < 1$.

Annak valószínűsége, hogy egy újonnan érkező telefonhívásnak sorba kell állnia a következő:

$$P(sorbanállás) = P(W > 0) = \frac{\frac{\rho^n}{n!}\frac{1}{1-a}}{\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n!}\frac{1}{1-a}} = \frac{\frac{\rho^n}{n!}\frac{n}{n-\rho}}{\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n n}{n!(n-\rho)}} = C(n,\rho).$$

Ez az úgynevezettErlang-Cformula, vagy Erlang-féle várakozásos formula, amit többnyire $C(n,\rho)$szimbólummal jelölünk, ahol $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$és $a = \frac{\rho}{n}$.

3. Az alkalmazotti létszám meghatározásának négyzetgyök-szabálya

Jegyezzük meg, hogy nagy forgalom esetén a rendszerek teljesítménye nagyon érzékeny az alkalmazottak számára. Mivel az alkalmazotti költségek teszik ki a call center költségvetésének nagy részét (ez becslések szerint 60-70%) az alkalmazotti létszám megfelelő meghatározása igen fontos.

Az Erlang-C formula rekurzívan is számolható, sőt átírható az alábbi alakba

$$C(n,\rho) = \frac{nB(n,\rho)}{n-\rho+\rho B(n,\rho)}$$

ahol$B(n,\rho)$az Erlang-féle veszteségformula vagy Erlang-B formula néven ismert.

Ha minőségi mutatónak $C(n,\rho)$-t adjuk meg, akkor mindig létezik olyan n_α^*, melyre$C(n_\alpha^*,\rho) < \alpha$. Az alábbiakban egy olyan eljárást mutatunk, amit a call centerek menedzserei könnyen használhatnak.

Legyen $k = \frac{n-\rho}{\sqrt{\rho}}$, tehát $n = \rho + k\sqrt{\rho}$. Ezért

$$C(n,\rho) = \frac{nB(n,\rho)}{n-\rho+\rho B(n,\rho)} \approx \frac{\left(\rho + k\sqrt{\rho}\right)\frac{\varphi(k)}{\sqrt{\rho}\phi(k)}}{\rho + k\sqrt{\rho} - \rho + \rho\frac{\varphi(k)}{\sqrt{\rho}\phi(k)}} \approx \frac{\sqrt{\rho}\frac{\varphi(k)}{\phi(k)}}{\sqrt{\rho}\left(k + \frac{\varphi(k)}{\phi(k)}\right)} = \left(1 + k\frac{\varphi(k)}{\phi(k)}\right)^{-1}.$$

Azaz, ha keresni akarunk olyan n_α^*-ot, melyre $C(n_\alpha^*,\rho) < \alpha$, akkor az

$$\left(1 + k\frac{\varphi(k)}{\phi(k)}\right)^{-1} \approx \alpha$$

egyenletet kell megoldani, amely ekvivalens a

$$k_\alpha\frac{\phi(k_\alpha)}{\varphi(k_\alpha)} = \frac{1-\alpha}{\alpha}$$

egyenlettel. Így közepestől az egészen nagy ρ értékig, az alkalmazotti létszámot az alábbi képlettel határozhatjuk meg:

$$n_\alpha^* = \rho + k_\alpha\sqrt{\rho}, \qquad (1)$$

ahol$k_\alpha$egy a kiszolgálás elvárt szintjétől függő adott pozitív konstans. Természetesen a képlettel meghatározott értéket egészre kell kerekíteni. Az 1. egyenletet négyzetgyök-szabálynak is nevezik (aminek levezetése Ward Whitt (Whitt 1992) nevéhez kötődik). Az alábbi 1. táblázat szemlélteti, hogy mennyire jó közelítést ad. Láthatjuk, hogy az pontos és a közelítő értékek közötti eltérések minimálisak. A példaként választott értékek esetén legfeljebb egy az eltérés.

1. táblázat - Példa az n_α^* pontos és közelítő értékeire

	$\alpha = 0.5$ $k_\alpha = 0.5061$		$\alpha = 0.2$ $k_\alpha = 1.062$		$\alpha = 0.1$ $k_\alpha = 1.420$	
	pontos	**közelítő**	**pontos**	**közelítő**	**pontos**	**közelítő**
$\rho = 1$	2	2	3	3	3	3
$\rho = 5$	7	7	8	8	9	9
$\rho = 10$	12	12	14	14	16	15
$\rho = 50$	54	54	58	58	61	61
$\rho = 100$	106	106	111	111	115	115
$\rho = 250$	259	259	268	267	274	273
$\rho = 500$	512	512	525	524	533	532
$\rho = 1000$	1017	1017	1034	1034	1046	1045

A négyzetgyök-szabályt különböző alkalmazotti létszám-meghatározó rendszerekben is használják, lásd a 2. táblázatot.

2. táblázat - Négyzetgyök-szabályt megvalósító létszám-meghatározó rendszerek

Rendszer	Alkalmazottak létszáma
Racionális	$n^* = \rho + k\sqrt{\rho}$
Minőségvezérelt	$n^* = \rho + \varepsilon * \rho,\ \ \varepsilon > 0$
Hatékonyságvezérelt	$n^* = \rho - \varepsilon * \rho,\ \ \varepsilon > 0$

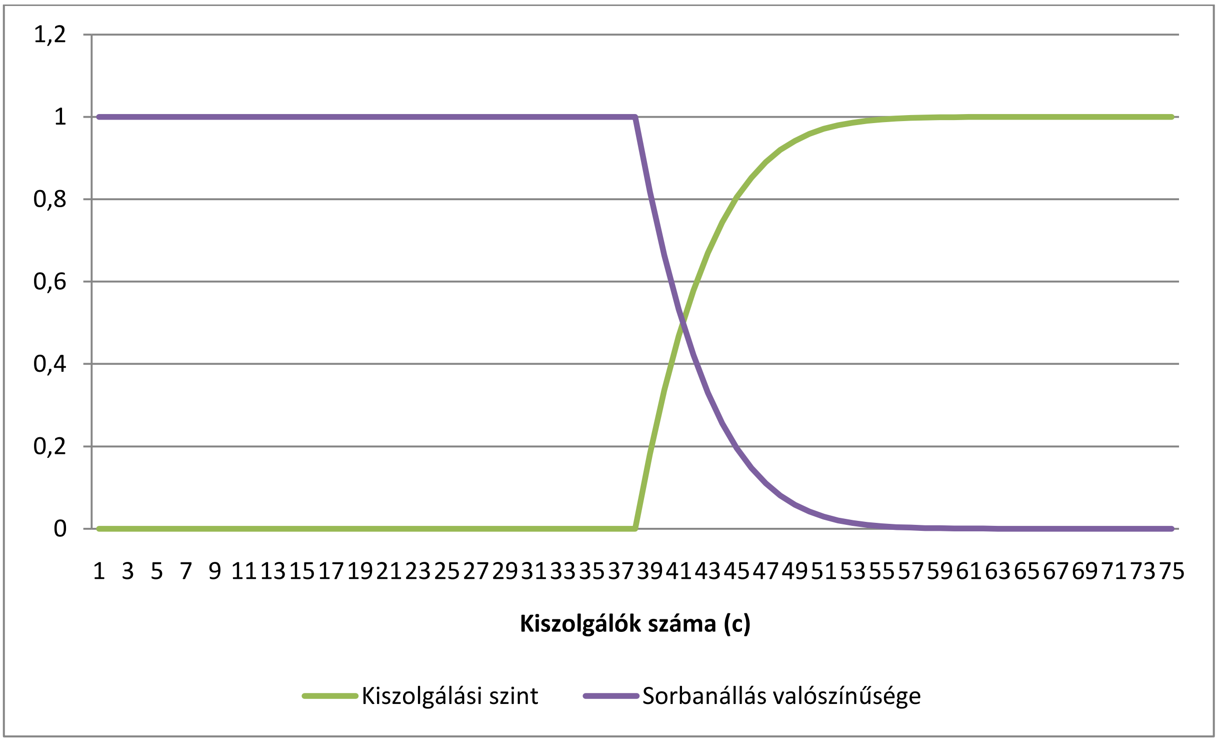
Ezen három rendszer különböző call center tervezési filozófiát követ.A racionalizált rendszer az, ahol a négyzetgyök-szabályt használjuk (lásd 1. egyenlet) a rendszerkapacitás meghatározásához. A minőségvezérelt rendszer az, ahol a rendszerkapacitás rögzített százalékkal túllépi a névleges követelményeket, ha $\rho \to \infty$, akkor $P(W > 0) \to 0$. Azaz, ezzel a túlbiztosítással azt szeretnénk elérni, hogy a sorbanállás valószínűsége közel 0 legyen, a forgalmi intenzitás növekedésével párhuzamosan. Ez természetesen többletköltséggel jár, de az ügyfeleink hálásak lesznek a jó szolgáltatásért. A hatékonyságvezérelt rendszer pedig az, ahol a rendszerkapacitás rögzített százalékkal a névleges követelmény alatt van, ha $\rho \to \infty$, akkor $P(W > 0) \to 1$. Tehát a forgalmi intenzitás növekedésével párhuzamosan a sorbanállás valószínűsége 1-hez tart és így az ügyintézőket is maximálisan kihasználjuk. Itt az előző rendszerrel ellentétben nem a minőség a fő szempont, hanem a hatékonyság és költségtakarékosság.

4. Kiszolgálási szint és a sorbaállás valószínűsége

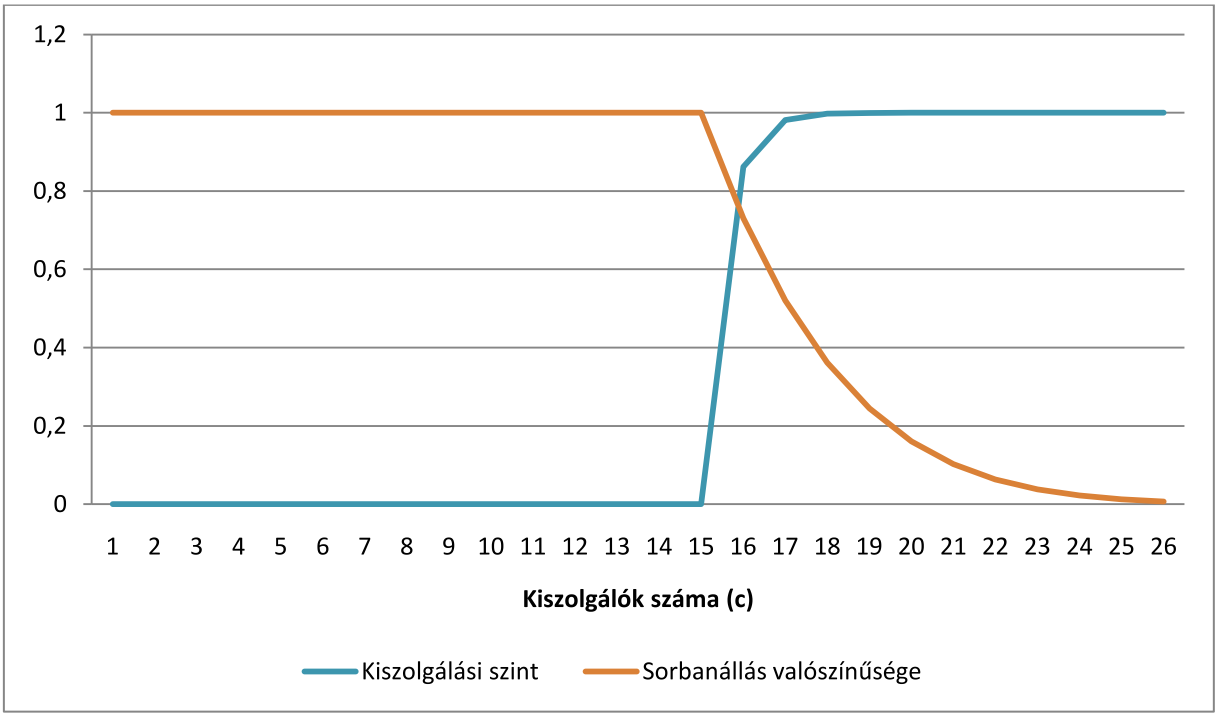
Az alábbi grafikonokon a modellhez készített Java nyelven írt kalkulátorunkkal generált adatokat jelenítettük meg. Ezeken a grafikonokon a tendenciát akartuk megmutatni, nem pedig a pontos eredményeket, hiszen már az exponenciális eloszlás feltételezése is kérdéseket vethet fel.

A 2. ábrán egy $M(48)/M(1)/n$rendszer kiszolgálási szintje és a sorbanállás valószínűsége látható a kiszolgálók számának függvényében. Adott beérkezési és kiszolgálási intenzitás mellett inkrementáltuk a kiszolgálók számát, és úgy vizsgáltuk a fent említett rendszerjellemzőket. Látható, hogy a kiszolgálási szint $c \leq 38$esetén nulla, a $39 \leq c \leq 72$ tartományban az értéke meredeken növekszik, majd $c \geq 73$ tartományban 1. A sorbanállás valószínűsége a kiszolgálási szinttel ellentétesen viselkedik, hiszen a $c \leq 38$ tartományban 1 az értéke, $39 \leq c \leq 63$ esetén meredek csökken, majd közel nullával egyenlő.

A 3. ábrán egy $M(15)/M(1)/n$ rendszer kiszolgálási szintje és a sorbanállás valószínűsége látható a kiszolgálók számának függvényében, ha az elfogadható várakozási idő 100 másodperc. Adott beérkezési és kiszolgálási intenzitás mellett inkrementáltuk a kiszolgálók számát és úgy vizsgáltuk a fent említett rendszerjellemzőket. Látható, hogy a kiszolgálási szint $c \leq 15$ esetén nulla, a $16 \leq c \leq 24$ tartományban az értéke meredeken növekszik, majd $c \geq 25$ tartományban 1. A sorbanállás valószínűsége a kiszolgálási szinttel ellentétesen viselkedik, hiszen a $c \leq 15$ tartományban 1 az értéke, $16 \leq c \leq 29$ esetén meredek csökken, majd közel nullával egyenlő. A 2. ábrán látható rendszerhez képest jelentősen csökkentettük a beérkezési intenzitást, a kiszolgálási intenzitást pedig változatlanul hagytuk, illetve a 3. ábra esetén 100 másodpercre növeltük az elfogadható várakozási időt. Láthatjuk, hogy a két ábrán szereplő görbék alakja megegyezik, különbség a növekedési- illetve csökkenési gyorsaságban van, ahogy az elvárható.

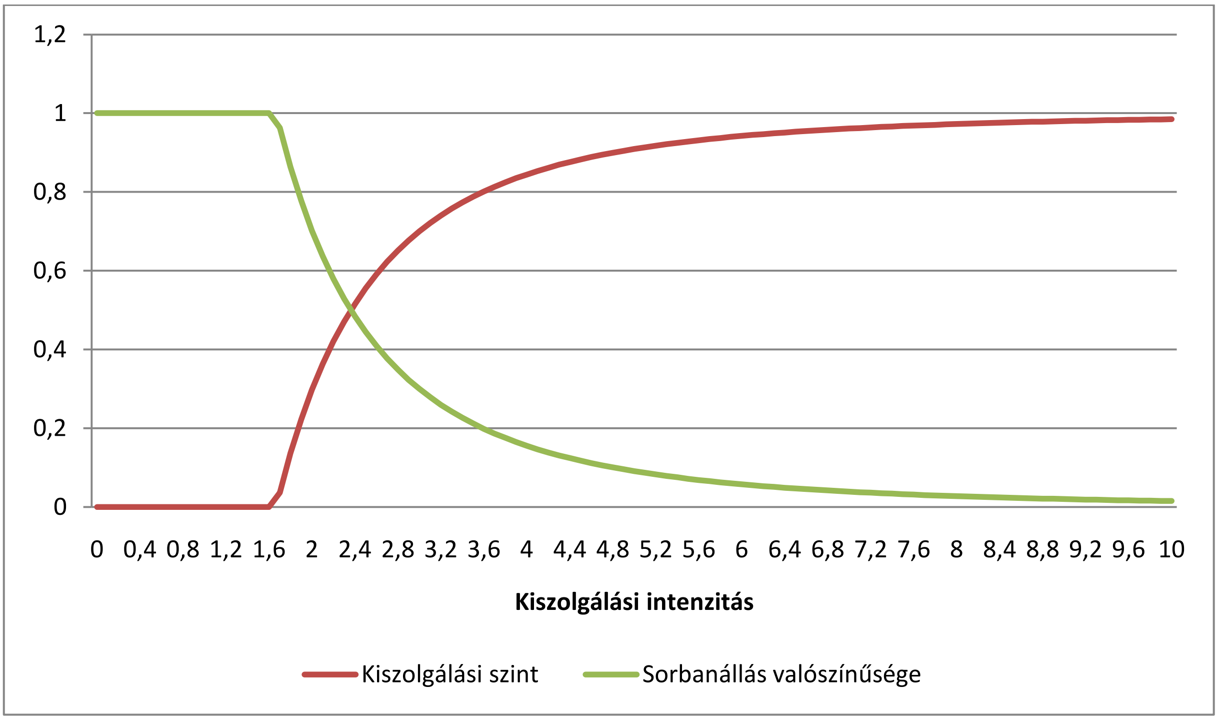


2. ábra - $\mathbf{M(48)/M(1)/n}$rendszer



3. ábra -$\boldsymbol{M(15)/M(1)/n}$ rendszer

Látható, hogy nagy forgalom kiszolgálása mellett is garantálható a magas ügynökkihasználtság és a jó kiszolgálási szint. Megfigyelhető, hogy azonos tendenciát mutat a kiszolgálási szint és a sorbanállás valószínűség görbéje mindkét esetben.



4. ábra -$\mathrm{M(15)/M/3}$ rendszer

A 4. ábrán egy $\mathrm{M(15)/M/3}$ rendszernek láthatjuk a kiszolgálási intenzitás függvényében ábrázolt kiszolgálási szintjét és a sor kialakulásának valószínűségét. Ebben az esetben a beérkezési intenzitást és a kiszolgálók számát hagytuk változatlanul és a kiszolgálási intenzitást inkrementáltuk, hogy lássuk milyen hatással van a rendszer viselkedésére a kiszolgálók intenzitásainak változása. Látható, hogy a kiszolgálási szint $\mu \leq 15$ esetén nulla, a $16 \leq \mu$tartományban az értéke meredeken növekszik és közelíti az 1-et. A sorbanállás valószínűsége a kiszolgálási szinttel ellentétesen viselkedik, hiszen a $\mu \leq 15$ tartományban 1 az értéke, $16 \leq \mu$ esetén meredek csökken, majd közel nullával egyenlő.

5. Konklúzió

Cikkünkben bemutattuk, hogy mennyire fontos szerepet töltenek be a call centerek mindennapjainkban. Láthattuk, hogy a call centereket matematikailag sorbanállási rendszerekként modellezhetjük. A leggyakoribb feltételezést használtuk, miszerint az igények beérkezése Poisson-folyamat szerint történik, a kiszolgálási elv FIFO (FirstInFirst Out, azaz az elsőnek beérkezett igényt szolgáljuk ki először), a kiszolgálási idők exponenciális eloszlásúak és a modellünk az ügyfél türelmetlenségének következtében bekövetkezett elhagyást nem veszi figyelembe. Így a klasszikus $M/M/n$ sorbanállási vagy más néven az Erlang-C modellt kaptuk. Megmutattuk az Erlang-C és az Erlang-féle veszteségformulák közötti kapcsolatot. Bemutattuk az alkalmazotti létszám meghatározásának négyzetgyök-szabályát, pontos és közelítő képleteket adtunk meg. Láthattunk három létszám-meghatározó rendszert, amik a négyzetgyök-szabályt használták. Végül a modellhez készített Java-applet segítségével számolt adatokkal mutattuk meg néhány rendszerjellemző viselkedését. Meg kell jegyeznünk, hogy a cikkünkben bemutatottnál bonyolultabb matematikai modellek is rendelkezésre állnak.

Irodalomjegyzék

Artalejo J., Gómez-Corral A. (2001)Retrial Queueing Systems, Springer, Ber

Hayes J.F. and Babu T.V.J.G. (2004) Modeling and Analysis of Telecommunication Networks, John Wiley & Sons, Hoboke

Koole G., Mandelbaum A. (2002) Queueing Models of Call Centers: An Introduction, Annals of Operations Research 113, 41-59.

Sztrik J. (2011)A sorbanállási elmélet alapjai. Egyetemi jegyzet, Debreceni Egyetem, Informatikai Kar

Tijms, H. C. (2004) Front Matter, in A First Course in Stochastic Models, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK. doi: 10.1002/047001363X.fmatter

Whitt W. (1992)Understanding the efficiency of multi-server service systems. Management Science Vol. 38, No. 5, 708-723.

Westbay Engineers Ltd. (2011) Call center kalkulátorok *http://www.erlang.com/calculator/*