

KULCS A SORBANÁLLÁSI ELMÉLETHEZ ÉS ALKALMAZÁSAIHOZ

A KEY TO QUEUEING THEORY AND ITS APPLICATIONS

Sztrik János, jsztrik@math.klte.hu

Gábor András, gabora@delfin.klte.hu

Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, Egyetem tér 1.

Abstract

Queueing theory is a fairly young field of applied mathematics having interactions with multiple disciplines. Its methods and techniques can effectively be used in mathematical modelling of problems encountered in reliability theory, operational research, flexible manufacturing, computer and telecommunication systems. The aim of the present electronic lecture note is to give a tool for people interested in this topic. Chapter 1 gives the most important concepts of queueing theory, listing the most related performance measures. Chapter 2 is devoted to performance modelling tools including a package called MACOM which is demonstrated in details. In Chapter 3 several references are listed concerning to queueing theory, reliability theory and computer systems. Chapter 4 deals with several Internet links and addresses. In Chapter 5 the most important discrete and continuous random variables are collected. Chapter 6, which is the bone of this aid, is concerned with the basic formulae of queueing theory.

Összefoglaló

A sorbanállási elmélet több tudományterület határán fekvő, az alkalmazott matematikához tartozó viszonylag fiatal tudományág. Módszerei hatékonyan alkalmazhatók a megbízhatóságelmélet, operációkutatás, gyártási folyamatok, hírközlési és telekommunikációs, valamint számítógép rendszerek területén felmerülő problémák matematikai modellezésére. Jelen **elektronikus jegyzet** megjelentetésével egy hatékony eszközt próbálunk az érdeklődők számára biztosítani. Az 1. fejezetben megadjuk a sorbanállási rendszerek vizsgálatához szükséges legalapvetőbb tudnivalókat, definiáljuk a legfontosabb fogalmakat, végül felsoroljuk a legfontosabb jellemzőket. A 2. fejezetben a hatékonyságvizsgálati eszközöket tárgyaljuk, továbbá részletesen bemutatjuk a MACOM programcsomagot. A 3. fejezetben bőséges irodalomjegyzéket sorolunk fel a sorbanállási elméletre, megbízhatóságelméletre, számítógéprendszerek vizsgálatára vonatkozóan. A 4. fejezetben hasznos információforrások internetes címeit tesszük közzé. Az 5. fejezetben a legfontosabb diszkrét és abszolút folytonos valószínűségi változókra vonatkozó táblázatokat foglaljuk össze. A 6. fejezet adja a segédlet gerincét, melyben az alapvető sorbanállási képleteket gyűjtöttük össze. Jelen oktatási segédlet egy már megjelent, nyomtatott egyetemi jegyzet elektronikus változata, mellyel a távoktatást kívánjuk hatékonyabbá tenni. Célunk, hogy a főbb jellegzetességeit bemutassuk, és az olvasót a használatára buzdítsuk.

KULCS A SORBANÁLLÁSI ELMÉLETHEZ ÉS ALKALMAZÁSAIHOZ

A KEY TO QUEUEING THEORY AND ITS APPLICATIONS

Sztrik János, jsztrik@math.klte.hu

Gábor András, gabora@delfin.klte.hu

Debreceni Egyetem, Matematikai és Informatikai Intézet, Debrecen, Egyetem tér 1.

1. Bevezetés

A sorbanállási elmélet több tudományterület határán fekvő, az alkalmazott matematikához tartozó viszonylag fiatal tudományág. Módszerei hatékonyan alkalmazhatók a megbízhatóságelmélet, operációkutatás, gyártási folyamatok, hírközlési és telekommunikációs, valamint számítógép rendszerek területén felmerülő problémák matematikai modellezésére.

Jelen **elektronikus jegyzet** megjelentetésével több célt is tűztünk ki magunk elé, nevezetesen:

- a legegyszerűbb az ú.n. markovi, vagy azokra visszavezethető, szinten tárgyalt sorbanállási rendszerek egyensúlyi jellemzőire egy tematikus összefoglalót adjunk,
- a rendszerek vizsgálatait lehetővé tevő programot mutassunk be, és másokra is információkat nyújtsunk,
- bőséges irodalomjegyzékkel lássuk el az érdeklődő olvasót,
- megmutassuk az internet előnyeit az oktatás és kutatás területén is,
- több hasznos internetes adatbázis címét gyűjtöttük össze és ezt adjuk közzé (kiadók, terjesztők, folyóiratok, könyvtárak, szakmai társaságok, stb.)

Manapság, az óriási információáradat korában észrevehetően nagy igény mutatkozik mind komplexebb matematikai megközelítések bevezetésére, melynek következtében a leíró véletlen folyamatok is egyre összetettebbek lesznek. A téma fontosságát jól illusztrálják a következő adatok. A Zentralblatt MATH adatbázisát használva kiderült, hogy eddig 9847 olyan publikáció jelent meg, amely a *queueing* tárgyszót tartalmazza, 658 pedig a *queueing*-ot. Ebből 443 könyv, ezek közül 1997-ben 12, 1998-ban 11 került kiadásra, 1997-től 121 cikket ismertettek. Természetesen valójában ennél több a publikációk száma, hiszen ezek az adatok csak a referált anyagokra vonatkoznak. A magyarországi oktatás és jegyzetellátás helyzetét ismerve meggyőződésünk, hogy a jelen munka hiánypótló. Elméleti alapjai a 3.1 részben felsorolt irodalmak közül magyar nyelven pl. Györfi L. [1], L. Kleinrock [2], Sztrik J. [3] egyetemi jegyzetekben illetve könyvben megtalálhatók. Az angol nyelvű irodalomból A. Allen [4], R. Cooper [5], J. Daigle [6], D. Gross [7],] műveket javasoljuk. Éppen ezért most az elméleti résszel nem foglalkozunk. Várhatóan szinte mindenki használhatja, aki egy kicsit is érdeklődik az alkalmazott valószínűségszámítás ezen ága iránt. Jelen oktatási segédlet a Sztrik [8] nyomtatott egyetemi jegyzet elektronikus változata. Természetesen csak az lehet a célunk, hogy a főbb jellegzetességeit bemutassuk, és az olvasót a használatára buzdítsuk.

2. A sorbanállási rendszerek jellemzői

A sorbanállási rendszerek hatékonyságának és teljesítményének vizsgálatához a következő mérőszámokat fogjuk meghatározni: *az igények várakozási ideje; a rendszerben levő igények száma; a foglaltsági intervallum hossza (vagyis az a folytonos időintervallum, amelyben a kiszolgáló egység állandóan foglalt); az üresjárat időszakasz hossza; a pillanatnyi munkahátralék eloszlása.* Mindegyik mennyiség valószínűségi változó, és így teljes valószínűségszámítási jellemzésüket (vagyis eloszlásfüggvényüket) keressük, amit általában nehéz megadni, így sokszor megelégszünk az átlagos mennyiségekkel. Az elemi sorbanállási elmélet egyrészt történeti okokból, másrészt pedig azért fontos, mert alkalmas arra, hogy szemléltesse a bonyolultabb sorbanállási rendszerek jellemzőit is.

3. Hatékonyságvizsgáló eszközök

Ebben a fejezetben néhány nagyon hasznos programot adunk meg, melyek használatával a modellezés bizonyos értelemben automatizálódik. Sokszor a legnagyobb probléma az, hogy hogyan tudjuk megfogalmazni a feladatot anélkül, hogy megadnánk az egyensúlyi állapotegyenleteket. Ebben segítenek az ún. "tools"-ok, melyek valamilyen sajátos programnyelven lehetővé teszik, hogy leírjuk amit vizsgálni szeretnénk. Ez általában az SPN (Stochastic Petri Nets , Sztochasztikus Petri hálók), vagy különböző fajtái ún. színezett, általánosított, stb segítségével tehető meg. Manapság nagyon gyakran grafikus szerkesztő áll rendelkezésünkre. Ezután a program generálja a leíró sztochasztikus-folyamatot, ez általában Markov-lánc. Ezt követően az ún SOLVER feladata, hogy megadja a rendszerjellemzőket. A különböző programoktól függ, hogy milyen módszert alkalmaznak. Ez történhet a lineáris egyenletrendszerek megoldására kifejlesztett eljárással, közelítéssel, szimulációval stb. A MACOM (Markovian Analysis of COMmunication Systems) programcsomag a DE Matematikai és Informatikai Intézetében megtalálható, ezért részletes használati útmutatót adunk róla. Egy esettanulmányon keresztül bemutatjuk a szoftver használatát és végigvezetjük az olvasót a legfontosabb lépéseken. További hasznos címek:

- A dortmundi egyetemen kifejlesztett programok:
HIT, MACOM, HiQPN,DSPNexpress
<http://ls4-www.informatik.uni-dortmund.de/tools.html>
- Az aacheni egyetemen programja:
SPN2MGM
<http://www-ls.informatik.rwth-aachen.de/tools/spn2mgm.html>
- Az erlangeni egyetemen kifejlesztett programok:
PEPSY, MOSEL
<http://www4.informatik.uni-erlangen.de/Project/PEPSY/>
- A Duke egyetem CACC-Duke kutatóközpontjában elkészített programok:
SHARPE, SPNP, iSPN, RAFT
<http://www.ee.duke.edu/~kst/tools.html>

4. Irodalomjegyzékek

Mint a bevezetésben említettük a sorbanállási elméletben használatos módszerek hatékonyan alkalmazhatók más területeken is. Mindenfajta kutatás és oktatás elképzelhetetlen jól felszerelt könyvtárak nélkül. Elengedhetetlenül szükségünk van könyvekre és

természetesen folyóiratokra. Ezért az alapirodalomnak számító könyvekről egy-egy felsorolást adunk a sorbanállási elmélet, megbízhatóságelmélet és számítógéprendszerek témakörben.

5. Hasznos információ források

Referáló folyóiratok

- Zentralblatt MATH Database
<http://www.emis.de/ZMATH/>
- MathSciNet
<http://www.ams.org/mathscinet>

Fontosabb adatbázisok

- Institute for Scientific Information, (Citation Index)
<http://www.isinet.com>
- Internet információ források matematikusoknak (MAthNet)
<http://www.math-net.de/>
- Dagstuhl Konferencia Központ
<http://www.dagstuhl.de/ENG/compScience/Data>
- A Müncheni Műszaki Egyetem
<http://hpmayr1.informatik.tu-muenchen.de/leabib/bib.html>

Kiadók

<http://www.comlab.ox.ac.uk/archive/publishers.html>

Terjesztők

<http://www.lights.com/publisher>

A valószínűségszámítással kapcsolatos kiadók

<http://www.maths.uq.oz.au/~pkp/probweb/publishers.html>

6. Összefoglaló táblázatok

Ebben a fejezetben legfontosabb diszkrét és abszolút folytonos valószínűségi változókra vonatkozó táblázatokat foglaltuk össze. Megadtuk az eloszlásukat ill. sűrűségfüggvényüket, továbbá a generátorfüggvényüket ill. Laplace-transzformáltjukat.

7. Sorbanállási elméleti képletek

Ez a fejezet a alkotja a segédlet gerincét. Az előző részek ezek megértését készítik elő. Összesen 18 képletet gyűjtöttünk össze, melyek segítségével a nem túl bonyolult rendszerek hatékonysági jellemzőit zárt alakban meghatározhatjuk.

Irodalomjegyzék

- [1] **Győrfi László** *Tömegkiszolgálás informatikai rendszerekben*, Budapest: Műegyetemi Kiadó, 1996
- [2] **Kleinrock, Leonard**, *Sorbanállás, kiszolgálás: Bevezetés a tömegkiszolgálási rendszerek elméletébe*, Budapest: Műszaki Könyvkiadó, 1979
- [3] **Sztrik János** *Bevezetés a sorbanállási elméletbe és alkalmazásaiba*, Debrecen, Kossuth Lajos Tudományegyetem Természettudományi Kar, 1994
- [4] **Allen, Arnold O.** *Probability, statistics, and queueing theory: with computer science applications*, New York, Academic Press, 1978.
- [5] **Cooper, Robert B.** *Introduction to queueing theory*, Washington, CEEPress Books, 1990
- [6] **Daigle, John N.** *Queueing theory for telecommunications*, Reading Mass. Addison-Wesley Publ. Co., 1992
- [7] **Gross, Donald** *Fundamentals of queueing theory*, New York, Wiley, 1985
- [8] **Sztrik János** *Kulcs a sorbanállási elméletbe és alkalmazásaiba*, Debrecen, Debreceni Egyetem, Természettudományi Kar, 2000