DIGITÁLIS TECHNIKA

Dr. Oniga István

A tananyag elkészítését az EFOP-3.4.3-16-2016-00021 számú projekt támogatta.
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

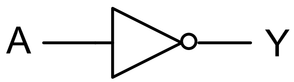
Boole-algebra

- A Boole-algebra nevét Goerge Boole (1815-1864) matematikusról kapta
- A szimbolikus logika, értékeket, változókat és műveleteket használ:
  - **True** értékét **1** ábrázolja
  - **False** értékét **0** ábrázolja
- A változókat betűkel ábrázoljuk, értékük csak **0** vagy **1** lehet
- A műveleteket egy vagy több változóval végezzük

Logikai függvények I

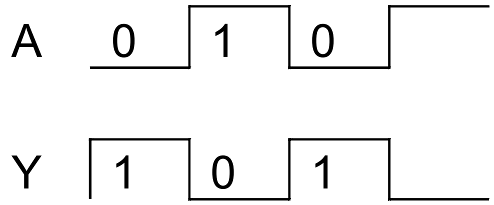
- **Logikai NEM (NOT, logikai negálás):** $Y = \overline{A} =$
  - 1 ha A = 0
  - 0 ha A = 1

$$Y = \overline{A} \;\; (nem\ A)$$



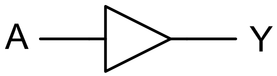
NOT

A	NEM ($\overline{A}$)
0	1
1	0



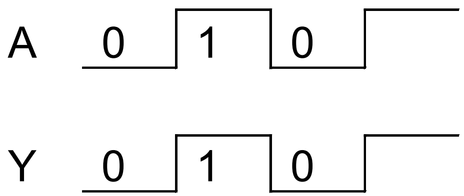
- **Nem invertáló buffer:** $Y = A =$
  - 0 ha A = 0
  - 1 ha A = 1

$$Y = A$$



BUFFER

A	Y=A
0	0
1	1

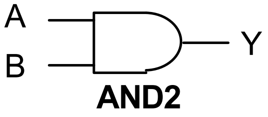


A buffer kimenete megegyezik a bemenetével, csak nagyobb áramú lehet

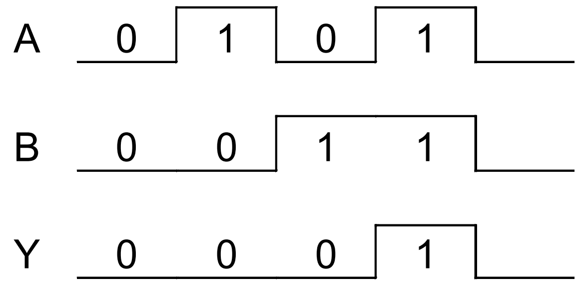
Logikai függvények II

- **Logikai ÉS (AND) (logikai szorzás, konjunkció):** Y = AB =
  - 1 ha A = 1 ÉS B = 1
  - 0 egyébként

$$A \bullet B = Y$$

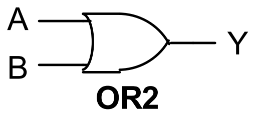


A	B	ÉS
0	**0**	0
0	**1**	0
1	**0**	0
1	**1**	1

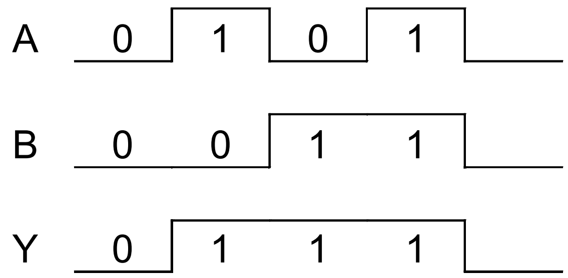


- **Logikai VAGY(OR) (logikai összeg, diszjunkció):** Y = A+B =
  - 0 ha A = 0 ÉS B = 0
  - 1 egyébként

$$A + B = Y$$



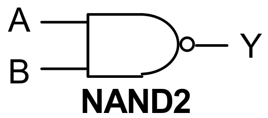
A	B	VAGY
0	**0**	0
0	**1**	1
1	**0**	1
1	**1**	1



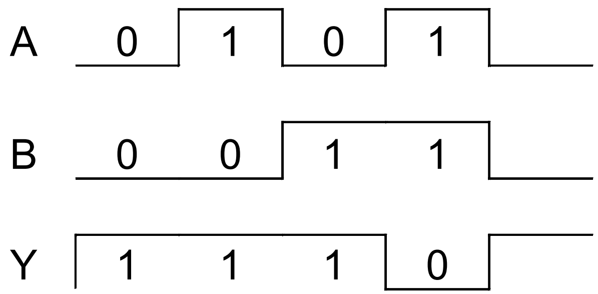
Logikai függvények III

- **Logikai negált-ÉS (NAND) :** $Y = \overline{AB} =$
  - 0 ha A = 1 ÉS B = 1
  - 1 egyébként

$$\overline{A \bullet B} = Y$$

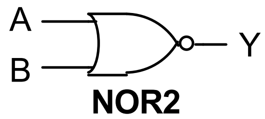


A	B	NEM-ÉS
0	**0**	1
0	**1**	1
1	**0**	1
1	**1**	0

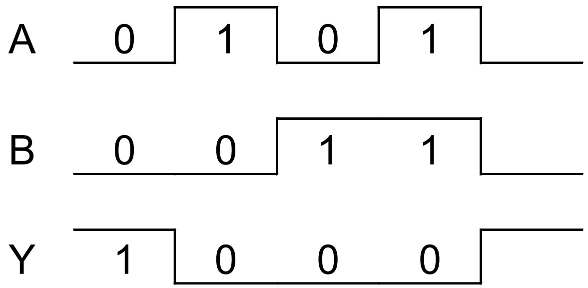


- **Logikai negált-VAGY (NOR):** $Y = \overline{A+B} =$
  - 1 ha A = 0 ÉS B = 0
  - 0 egyébként

$$\overline{A + B} = Y$$



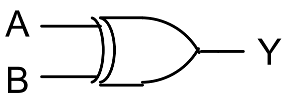
A	B	NEM-VAGY
0	**0**	1
0	**1**	0
1	**0**	0
1	**1**	0



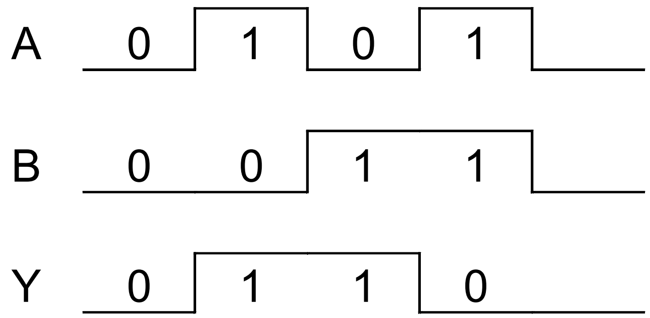
Logikai függvények IV

- **Kizáró VAGY (XOR, antivalencia) :** $Y = A \oplus B =$
  - 1 ha A ≠ B
  - 0 egyébként

$$Y = A \oplus B$$

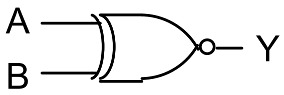


A	B	XOR
0	**0**	0
0	**1**	1
1	**0**	1
1	**1**	0

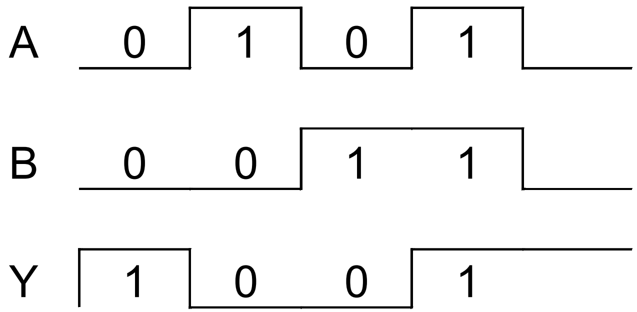


- ***Egyenlőség (XNOR, ekvivalencia) :*** $Y = \overline{A \oplus B} =$
  - 1 ha A = B
  - 0 egyébként

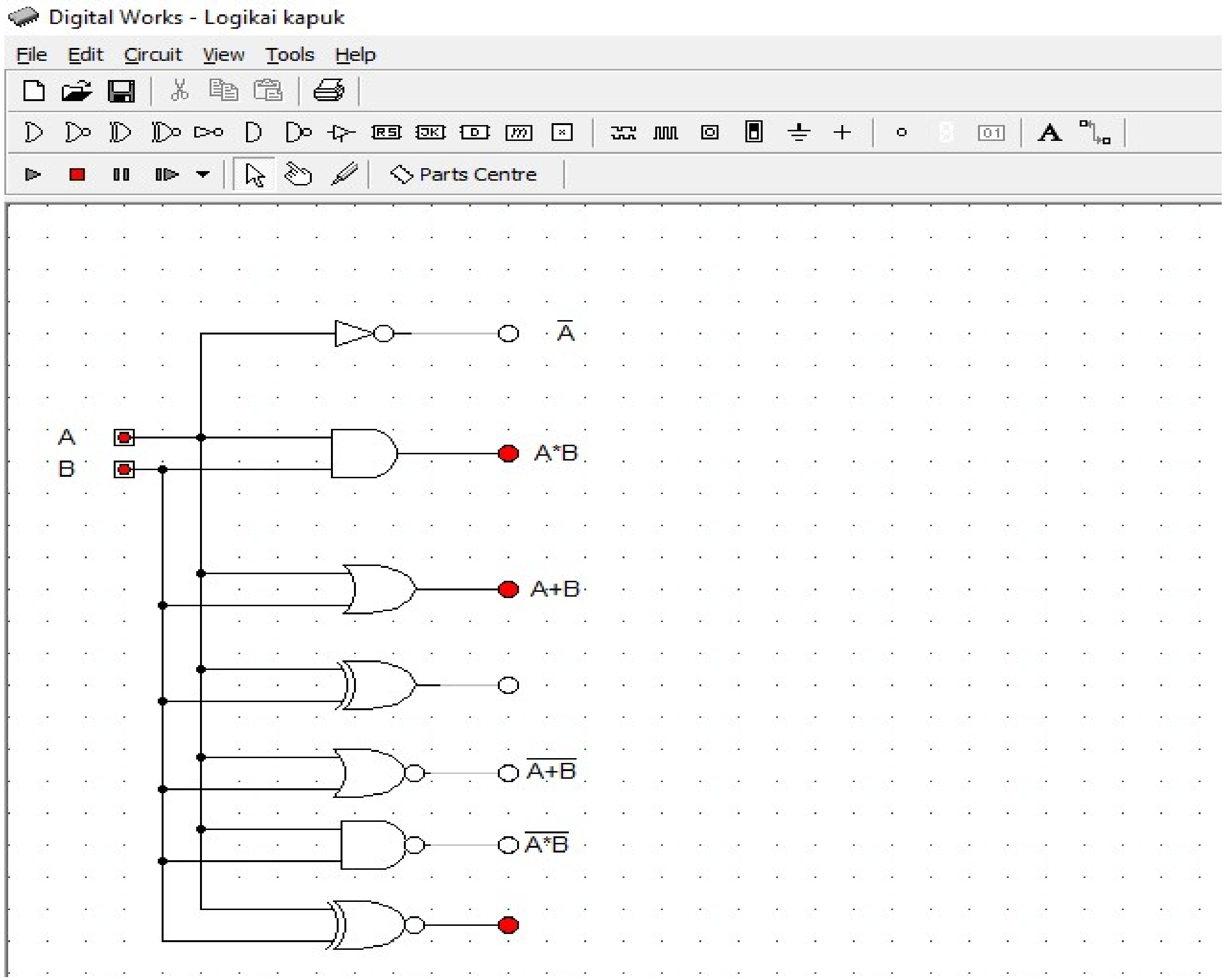
$$Y = \overline{A \oplus B}$$



A	B	XNOR
0	**0**	1
0	**1**	0
1	**0**	0
1	**1**	1



Logikai függvények - Szimuláció

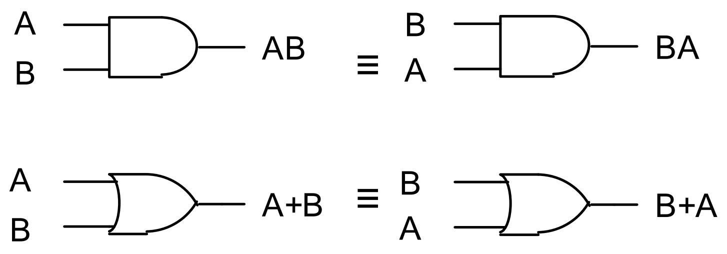


A logikai műveletek tulajdonságai I

Kommutativitás (tényezők felcserélhetősége)

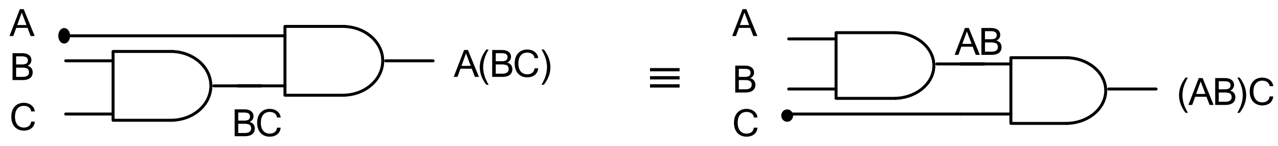
$$A \bullet B = B \bullet A$$

$$A + B = B + A$$

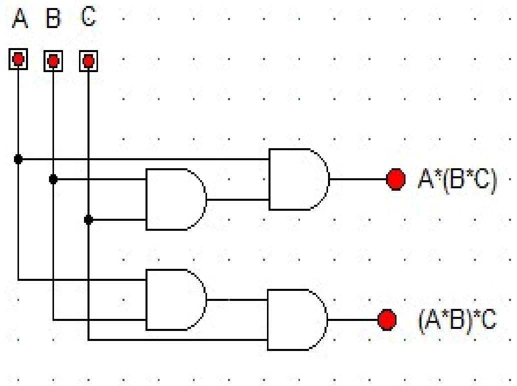


Asszociativitás (a tényezők csoportosíthatósága)

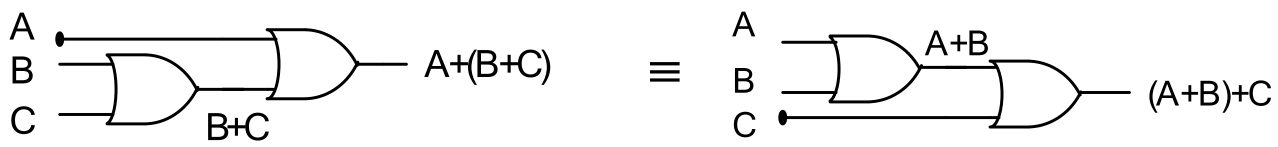
$$A \bullet (B \bullet C) = (A \bullet B) \bullet C$$



Asszociativitás szimuláció



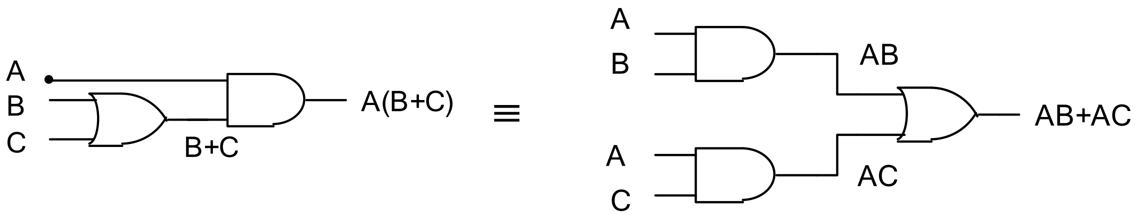
$$A + (B + C) = (A + B) + C$$



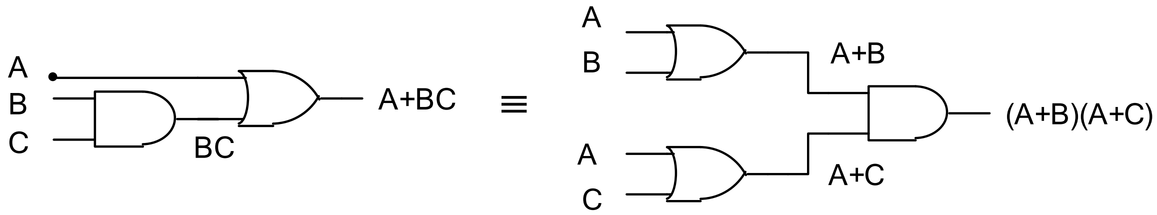
A logikai műveletek tulajdonságai II

Disztributivitás

$$A \bullet (B + C) = A \bullet B + A \bullet C$$

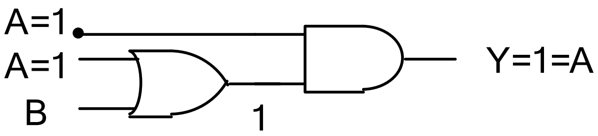


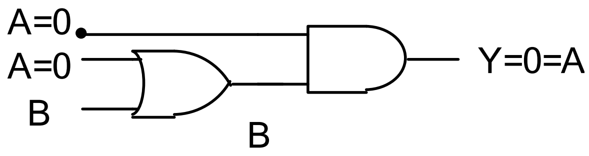
$$A + B \bullet C = (A + B) \bullet (A + C)$$



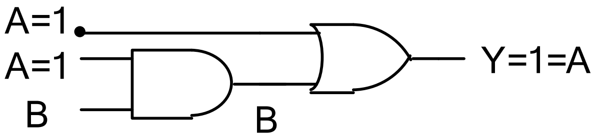
Abszorpciós törvény

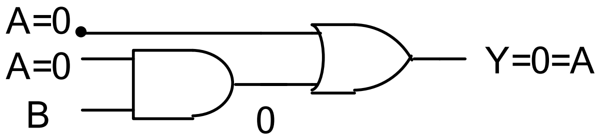
$$A \bullet (A + B) = A$$





$$A + A \bullet B = A$$



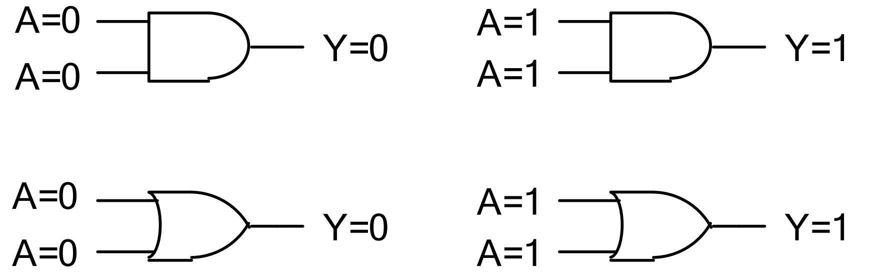


A logikai műveletek tulajdonságai III

- **Az azonos változókkal végzett műveletek:**
  - **Idempotens**

$$A \bullet A = A$$

$$A + A = A$$



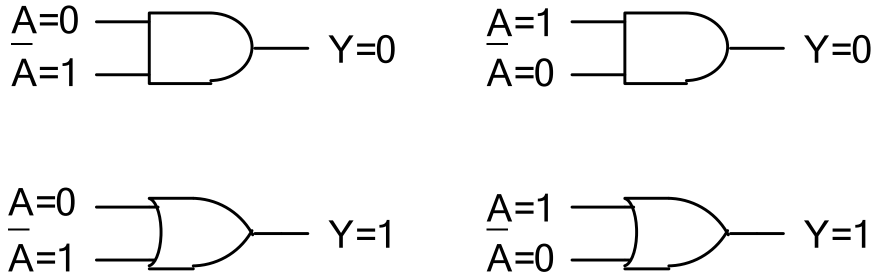
$Y = A \bullet A = A$

$Y = A + A = A$

  - **Komplemens**

$$A \bullet \overline{A} = 0$$

$$A + \overline{A} = 1$$



$Y = A \bullet \overline{A} = 0$

$Y = A + \overline{A} = 1$

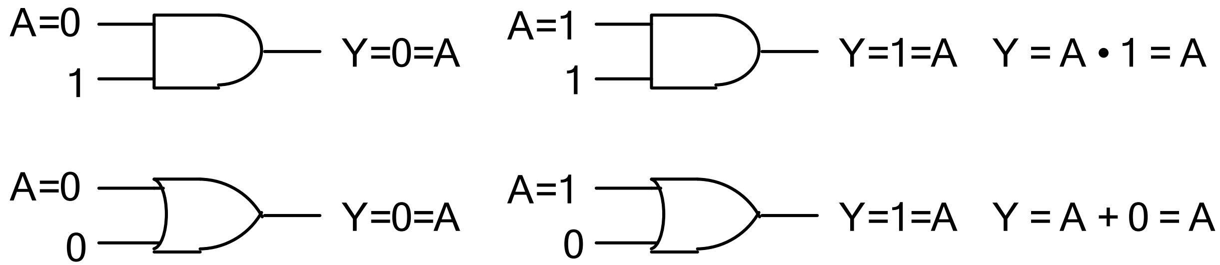
A logikai műveletek tulajdonságai IV

– **A kitüntetett elemekkel végzett műveletek:**

- **Azonosság**

$$A \bullet 1 = A$$

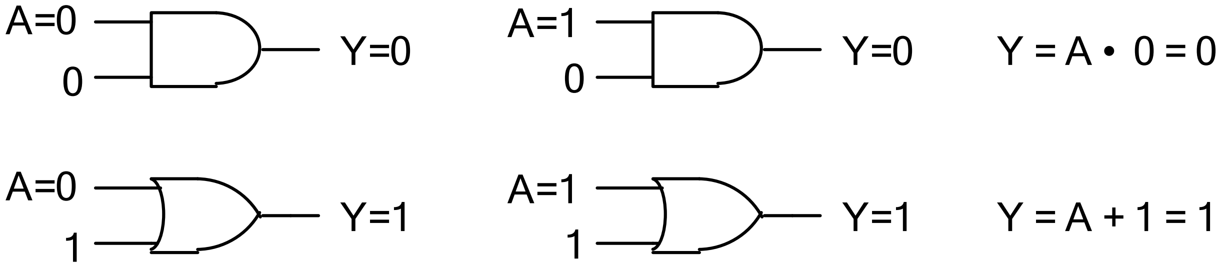
$$A + 0 = A$$



- **Korlátosság**

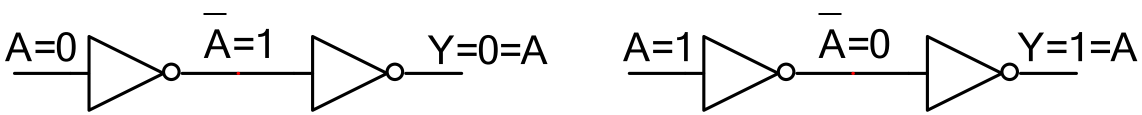
$$A \bullet 0 = 0$$

$$A + 1 = 1$$



– **Kettős negáció**

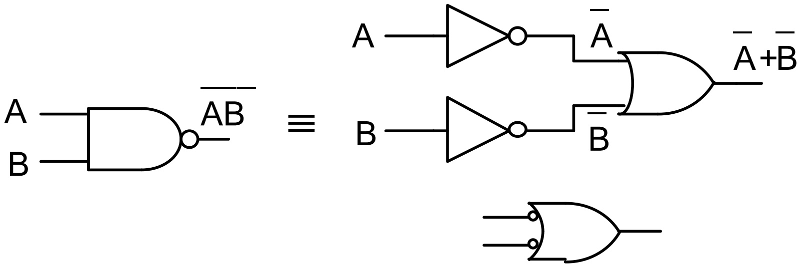
$$\overline{\overline{A}} = A$$



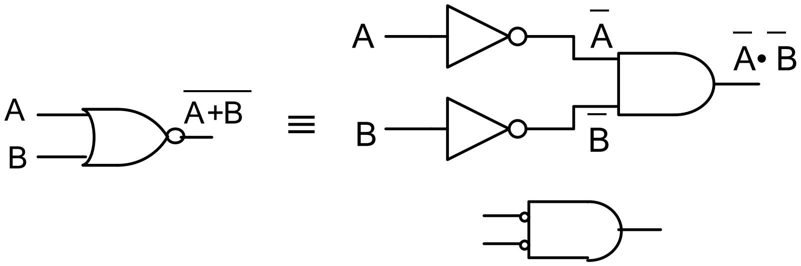
De Morgan tételei

$$\overline{A \bullet B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \bullet \overline{B}$$



Bemenet		Kimenet	
A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0



Bemenet		Kimenet	
A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

De Morgan tételei érvényesek több változóra illetve tagra is:

$$\overline{A \bullet B \bullet C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

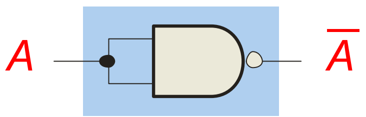
$$\overline{A + B + C} = \overline{A} \bullet \overline{B} \bullet \overline{C}$$

$$X = \overline{A \bullet B + A \bullet \overline{C} + ABC} = \overline{A \bullet B} \bullet \overline{A \bullet \overline{C}} \bullet \overline{ABC}$$

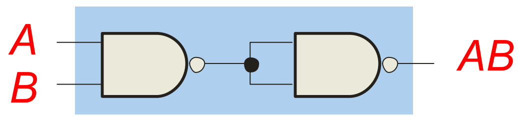
$$Y = \overline{(A \bullet B + A \bullet \overline{C}) \bullet (ABC + \overline{B}C)} = \overline{\overline{A \bullet B + A \bullet \overline{C}}} + \overline{ABC + \overline{B}C}$$

Univerzális logikai kapuk

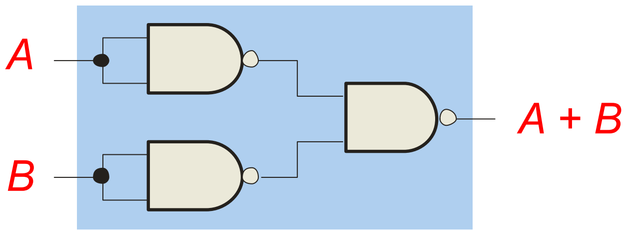
Univerzálisak azok a kapuk, amelyből felepíthetjük az AND, OR és NOT kapukat vagy ezek bármely kombinációját. Ilyenek a NAND és a NOR kapuk.



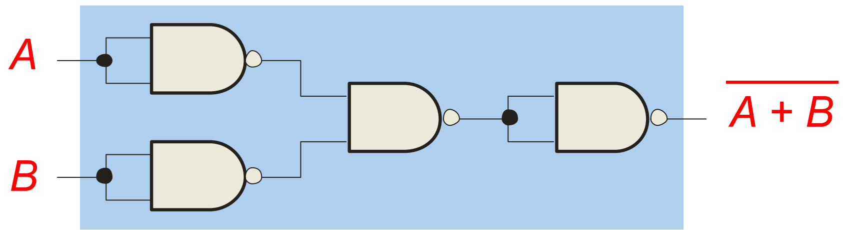
Inverter



AND kapu



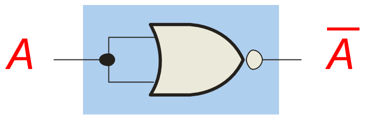
OR kapu



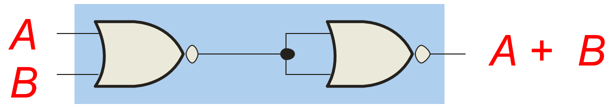
NOR kapu

Univerzális logikai kapuk

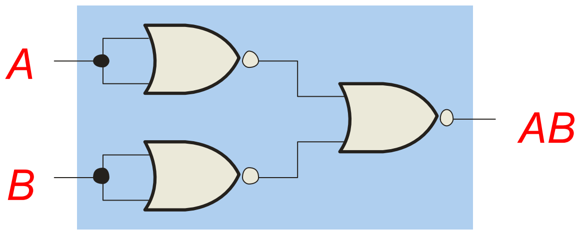
NOR kapu használata alap kapuk felépítésére.



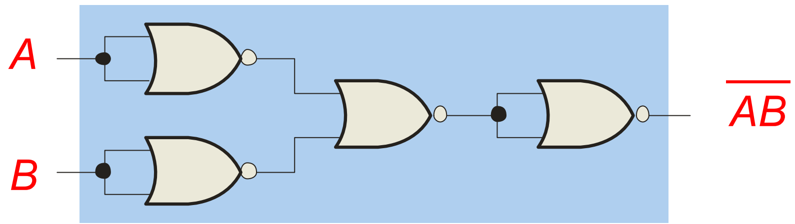
Inverter



OR kapu



AND kapu

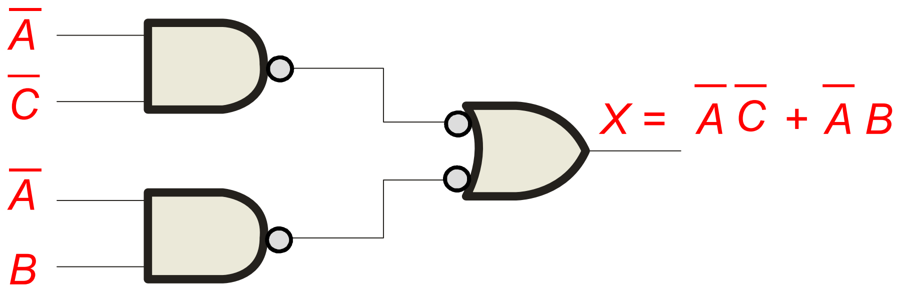


NAND kapu

NAND logika

DeMorgan tételei szerint $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$.

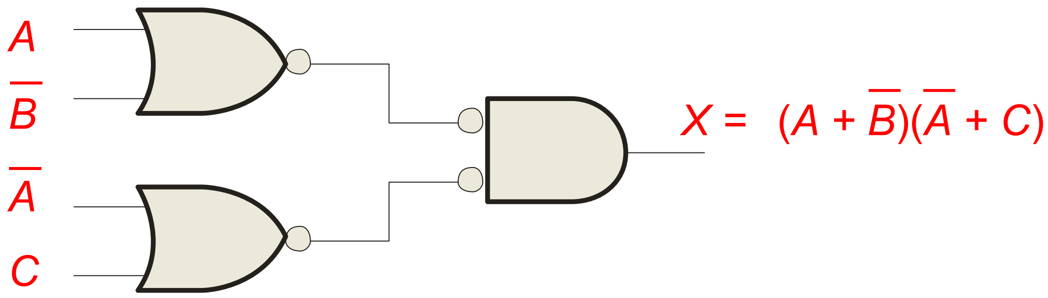
Új rajzjelet használunk a NAND kapu reprezentálására: a negált bemenetű OR kaput. Ez könnyebbe teszi a SOP (szorzatok összege) alak kiolvasását:



NOR logika

Ugyancsak a DeMorgan tételei szerint $\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}$.

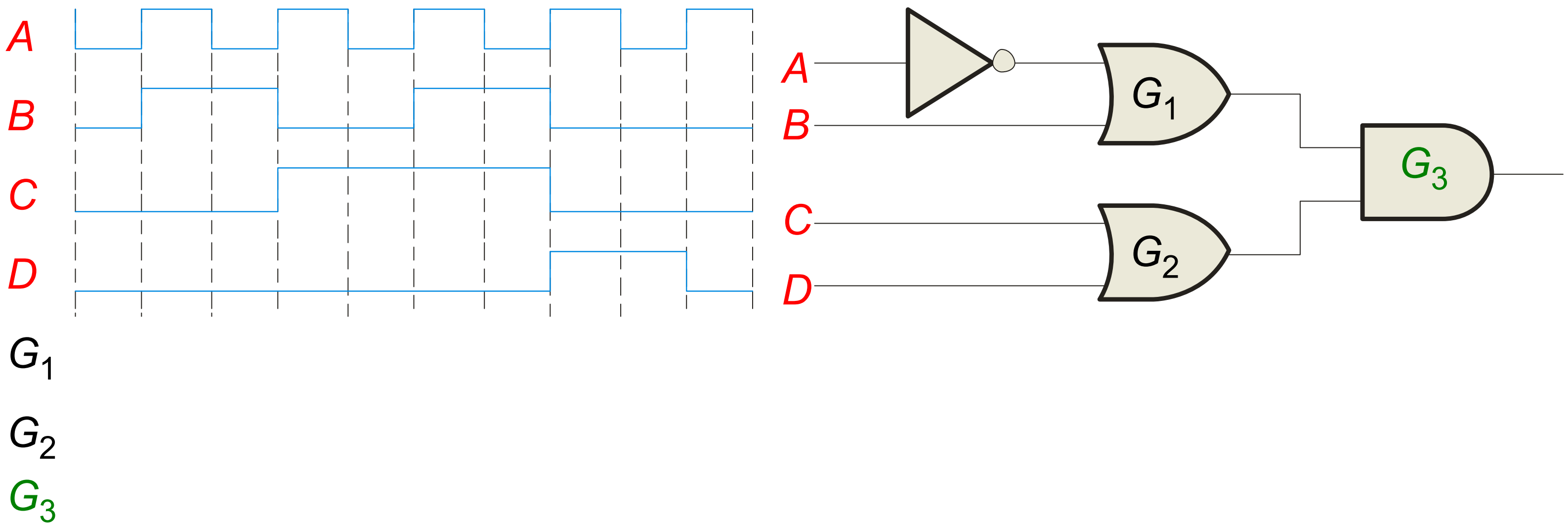
Új rajzjelet használunk a NOR kapu reprezentálására is: a negált bemenetű NAND kaput. Ez megkönnyíti a POS (összegek szorzata) alak kiolvasását:



Időfüggvény

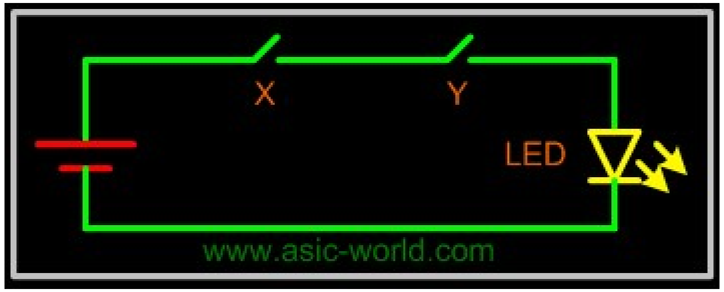
A bemeneteken - négyszögjelek

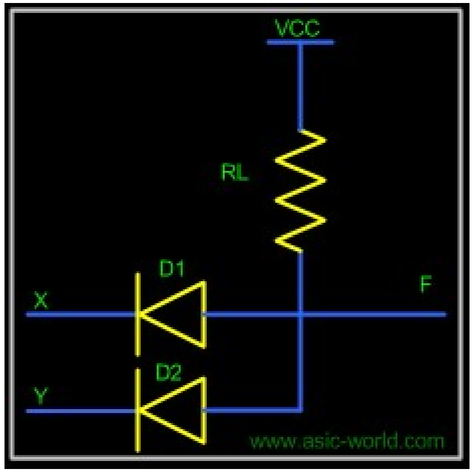
A kimeneti jel meghatározása érdekében előbb meg lehet határozni a közbülső kimentek jeleit.



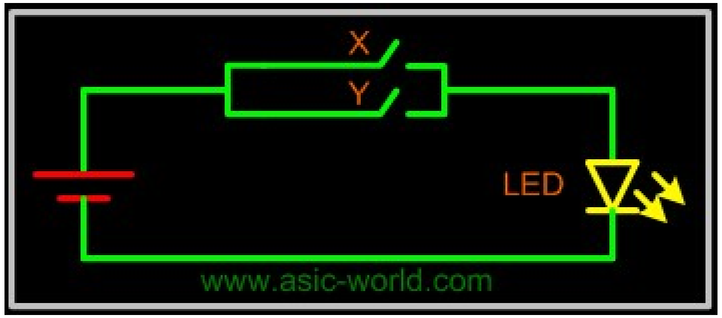
Logikai függvények kapcsolástechnikai megvalósítása

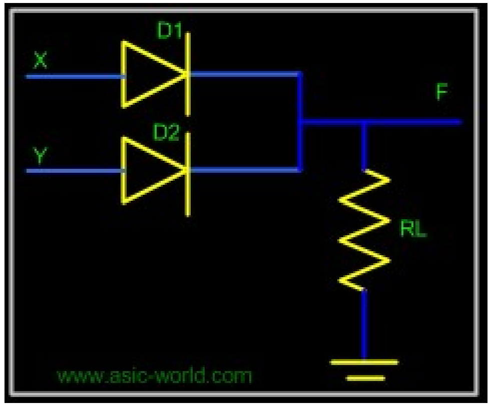
AND függvény kapcsolóáramkörökkel és áramköri megvalósítása





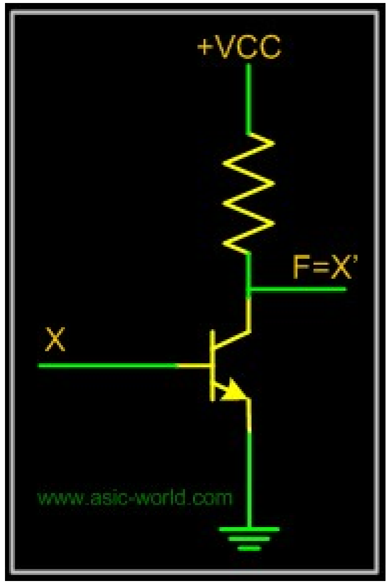
OR függvény kapcsolóáramkörökkel és áramköri megvalósítása



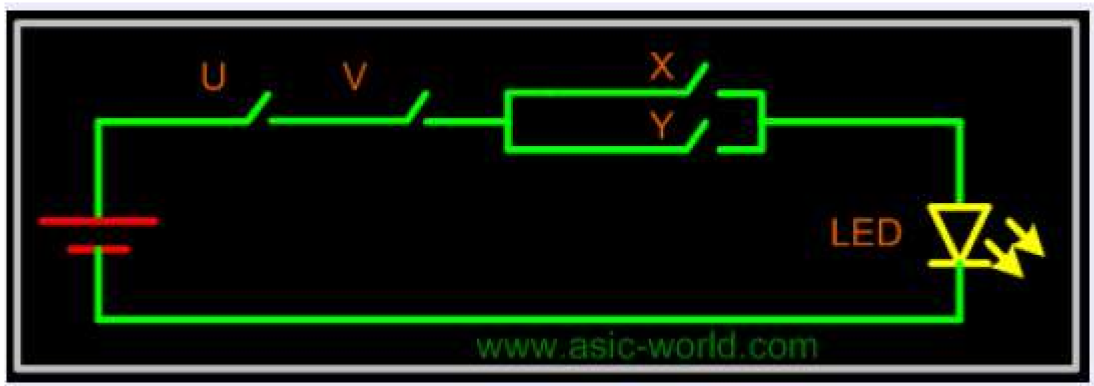


Logikai függvények kapcsolástechnikai megvalósítása

NOT függvény áramköri megvalósítása

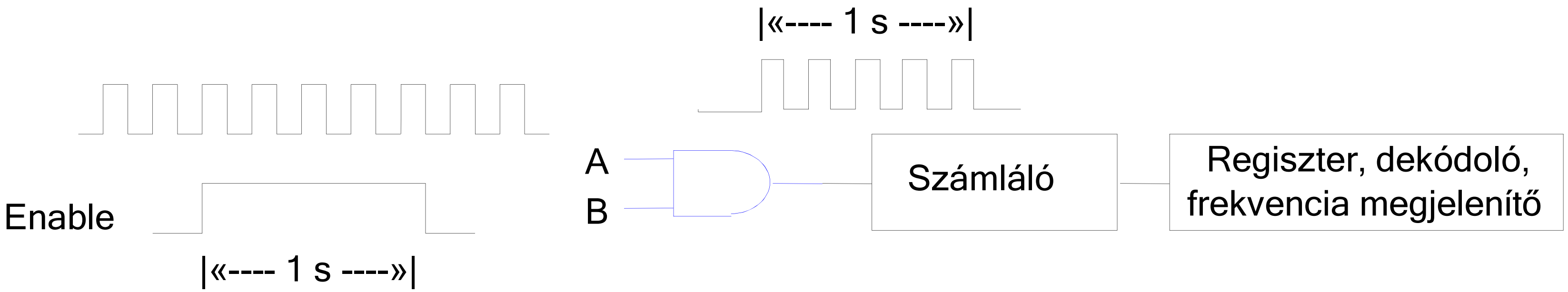


Példa egy négy változós függvény kapcsolóáramkörökkel megvalósítására



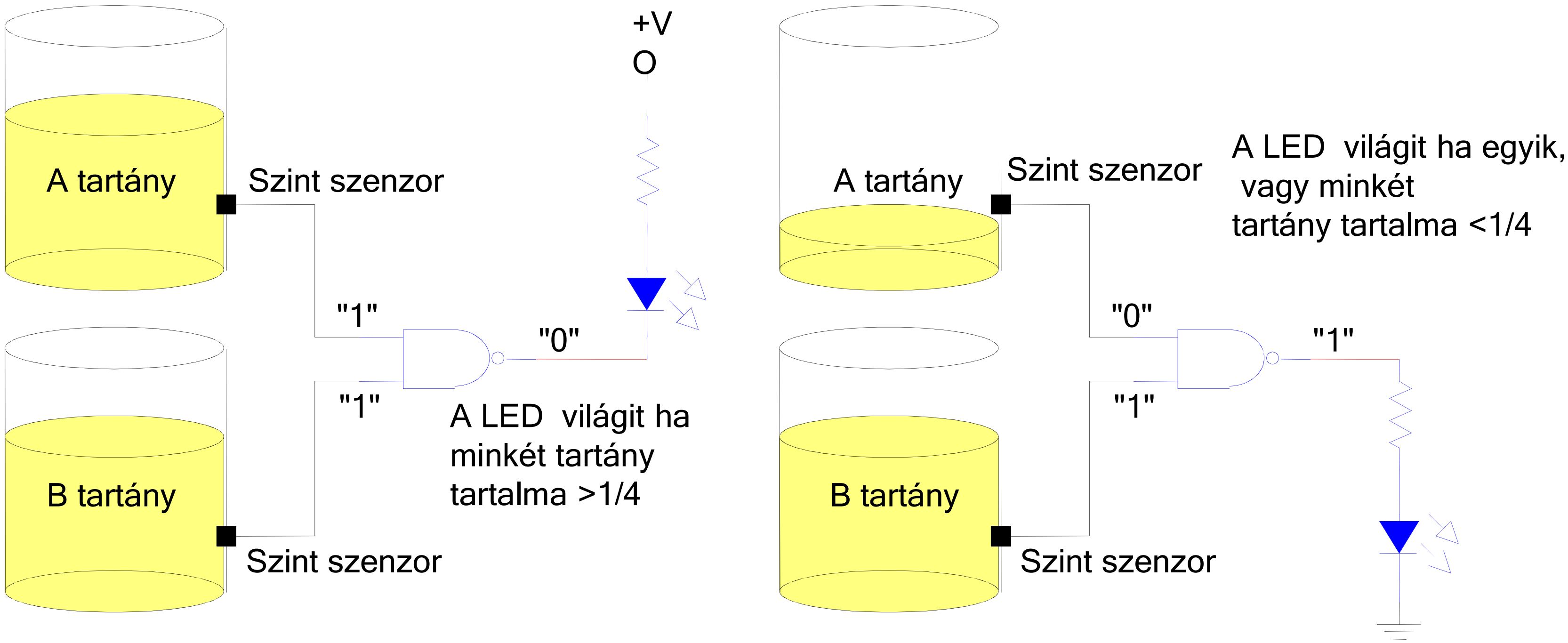
Logikai kapuk alkalmazások I

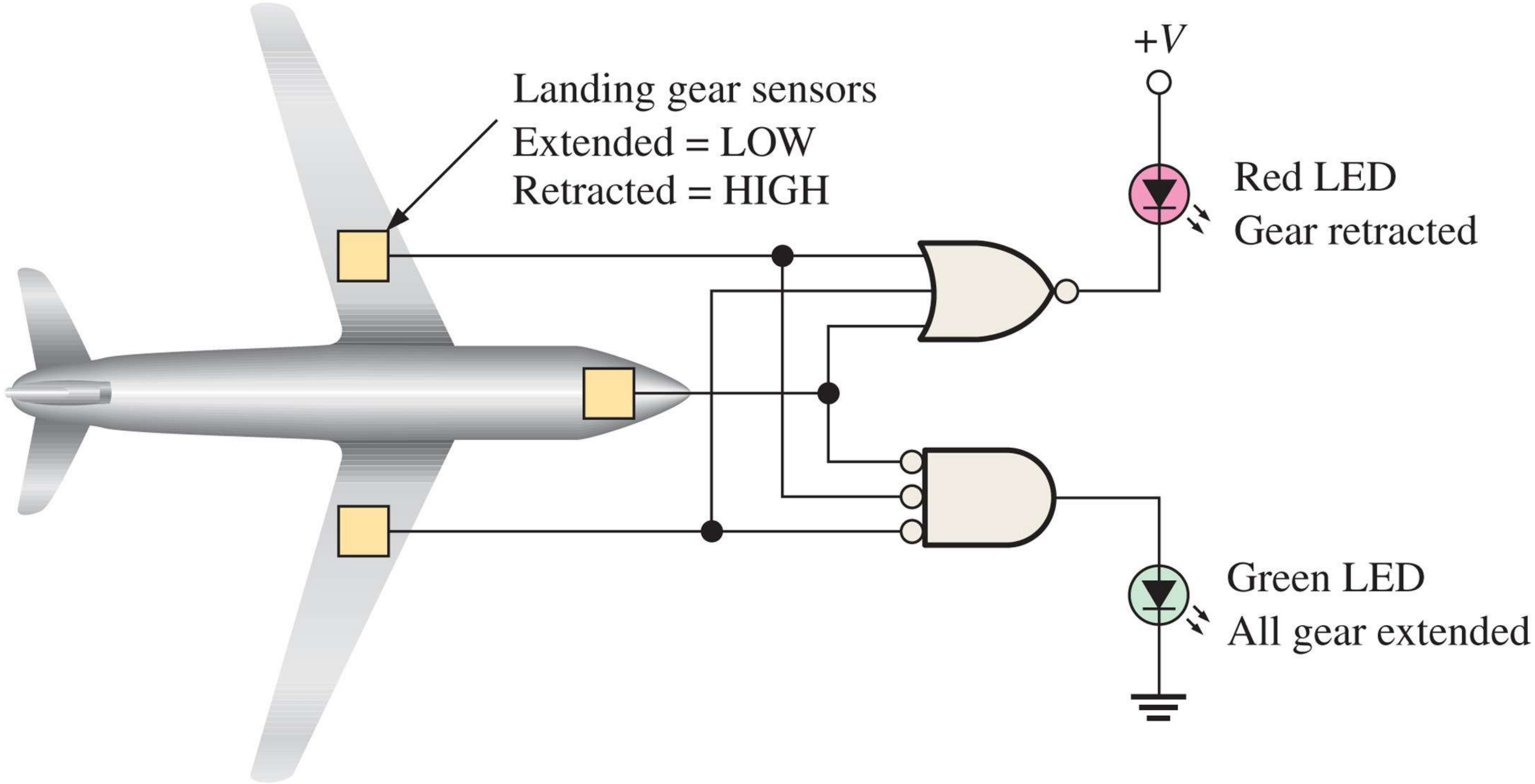
ÉS kapu alkalmazása mint engedélyező (Enable) kapu



Logikai kapuk alkalmazások II

NAND kapu alkalmazása folyadékszint monitorozására




Landing gear sensors
Extended = LOW
Retracted = HIGH
+V
Red LED
Gear retracted
Green LED
All gear extended

Gyakorlat

- www.play-hookey.com/digital/
- Digital Works - szimulációs program: https://www.mecanique.co.uk/software/digital-works.zip