

DIGITÁLIS TECHNIKA

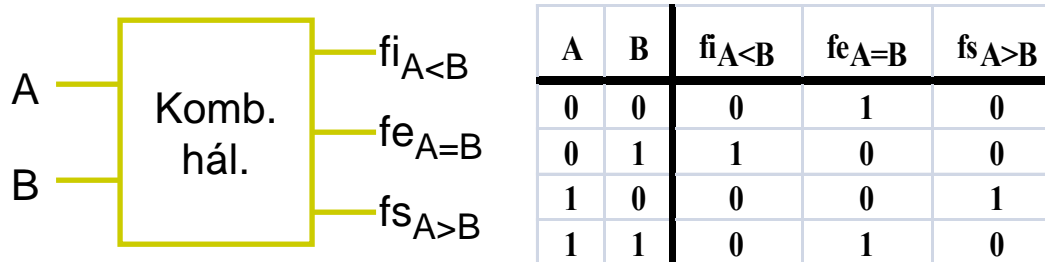
Dr. Oniga István

A tananyag elkészítését az EFOP-3.4.3-16-2016-00021 számú projekt támogatta.
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Digitális komparátorok

- Két szám közötti relációt jelzi, (*egyenlő, kisebb, nagyobb*).
- A három közül csak egy igaz

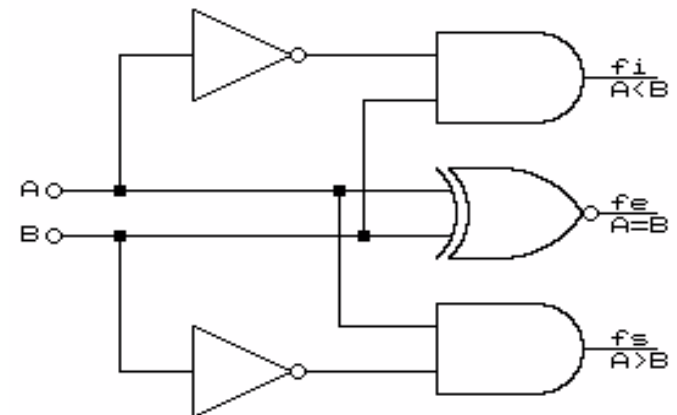
Egy bites komparátor



$$f_e = \overline{A \oplus B} = \overline{A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$f_i = \overline{A} \cdot B$$

$$f_s = A \cdot \overline{B}$$



Két bites komparátor I

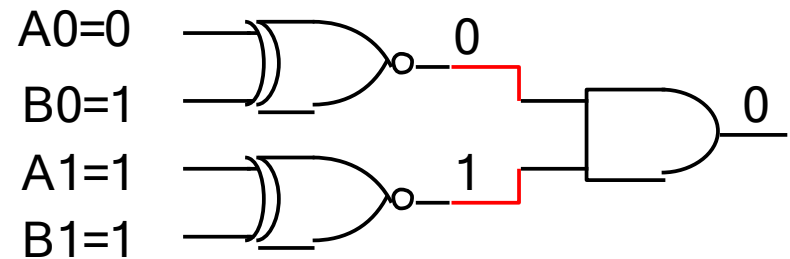
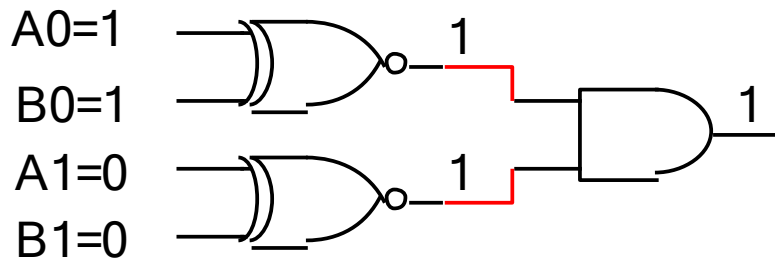
- Legyen a két szám:

$$A = A_1 \cdot 2^1 + A_0 \cdot 2^0$$

$$B = B_1 \cdot 2^1 + B_0 \cdot 2^0$$

- Két bites számok akkor egyenlők, ha az azonos helyértékű bitek egyenlők

$$F_{A=B} = \overline{A_1 \oplus B_1} \cdot \overline{A_0 \oplus B_0} = (A_1 B_1 + \overline{A_1} \overline{B_1})(A_0 B_0 + \overline{A_0} \overline{B_0})$$



Két bites komparátor II

• Az egyenlőtlenségi relációkat jelző logikai függvények:

• $A < B$ akkor igaz, ha $A_1 < B_1$,
ill. ha $A_1 = B_1$ és $A_0 < B_0$

$$F_{A < B} = \overline{A_1}B_1 + (A_1B_1 + \overline{A_1}\overline{B_1})\overline{A_0}B_0$$

• $A > B$ akkor igaz, ha $A_1 > B_1$,
ill. ha $A_1 = B_1$ és $A_0 > B_0$

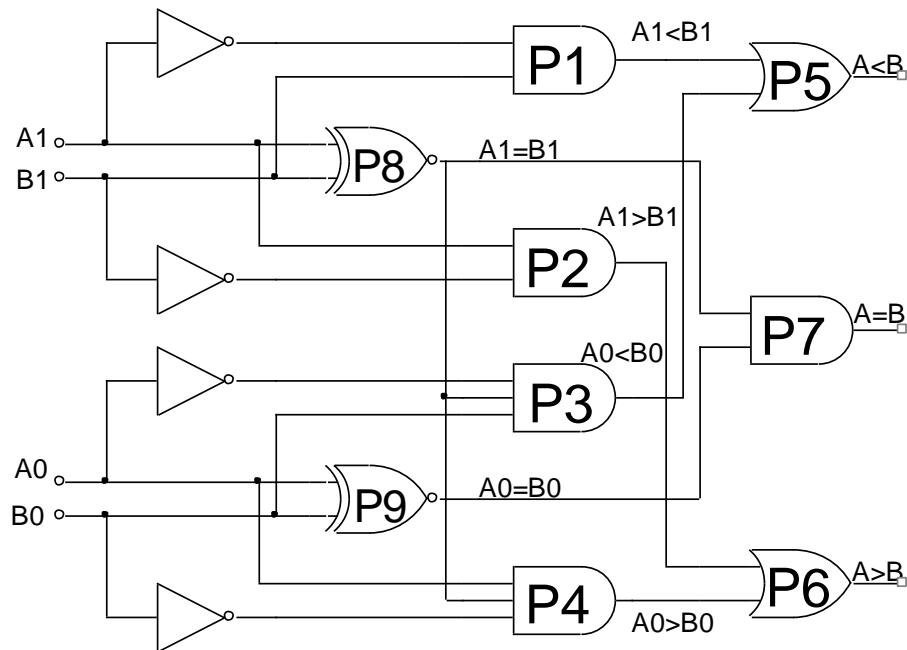
$$F_{A > B} = A_1\overline{B_1} + (A_1B_1 + \overline{A_1}\overline{B_1})A_0\overline{B_0}$$

Két bites komparátor III

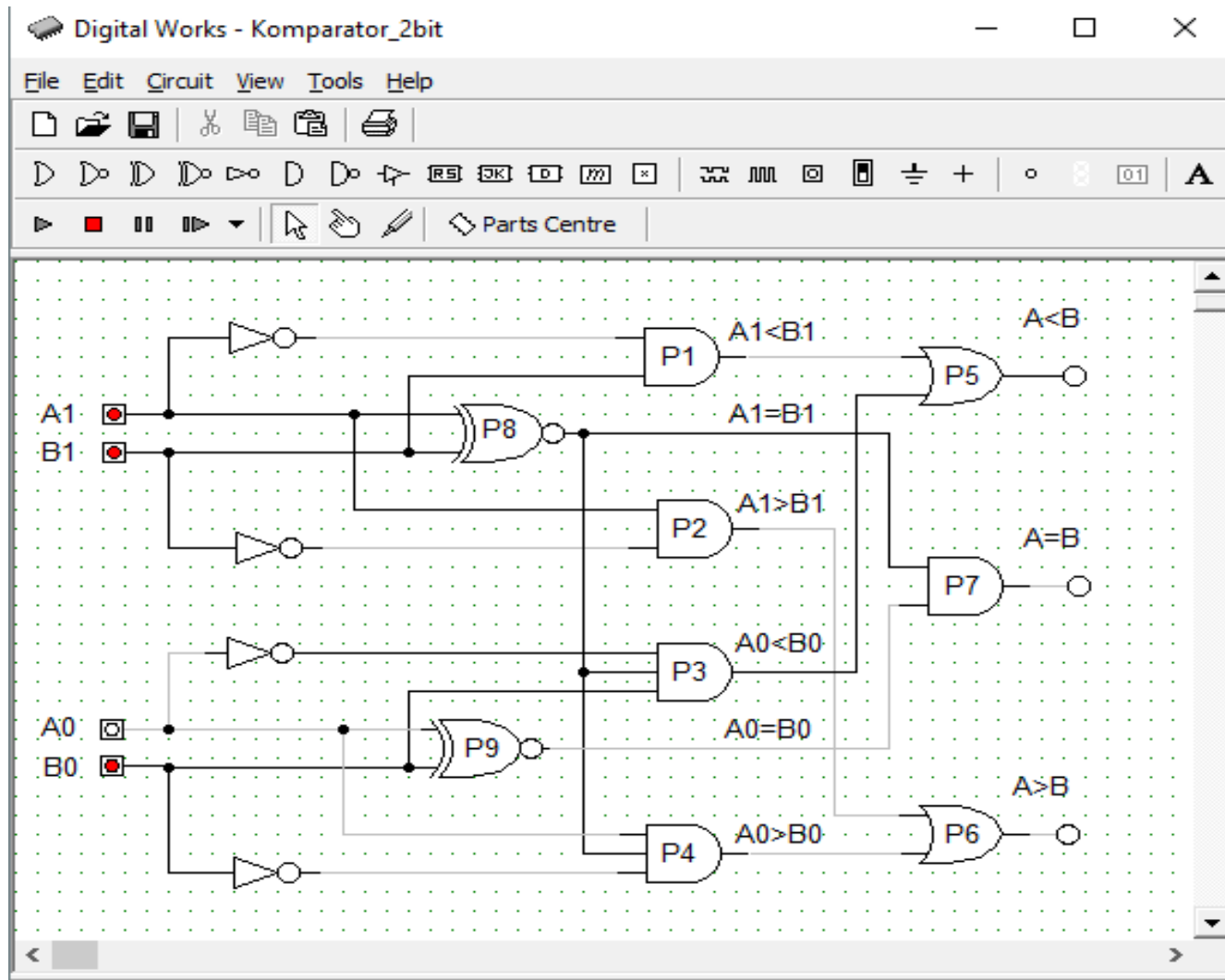
$$F_{A=B} = \overline{A_1 \oplus B_1} \cdot \overline{A_0 \oplus B_0}$$

$$F_{A>B} = A_1 \overline{B_1} + (A_1 B_1 + \overline{A_1} \overline{B_1}) A_0 \overline{B_0}$$

$$F_{A<B} = \overline{A_1} B_1 + (A_1 B_1 + \overline{A_1} \overline{B_1}) \overline{A_0} B_0$$



Két bites komparátor szimuláció



Több bites komparátorok

- Négybites nagyság komparátor

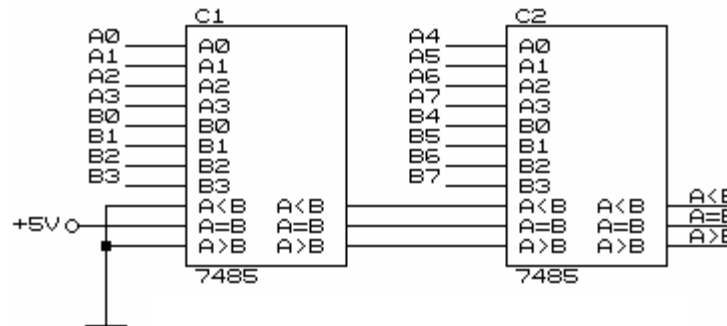
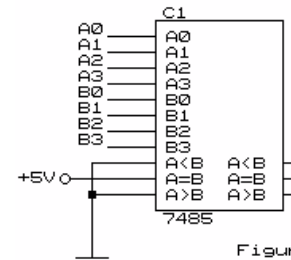
- SN 7485 típusú áramkör

- Bemenetei

- a két összehasonlítandó szám bitjei (A_0, A_1, A_2, A_3 és B_0, B_1, B_2, B_3)
- a **bővítő bemenetek** $A_i < B_i, A_i = B_i, A_i > B_i$, amelyekre az alacsonyabb helyértékű négy bit összehasonlításának eredményét kell adni.

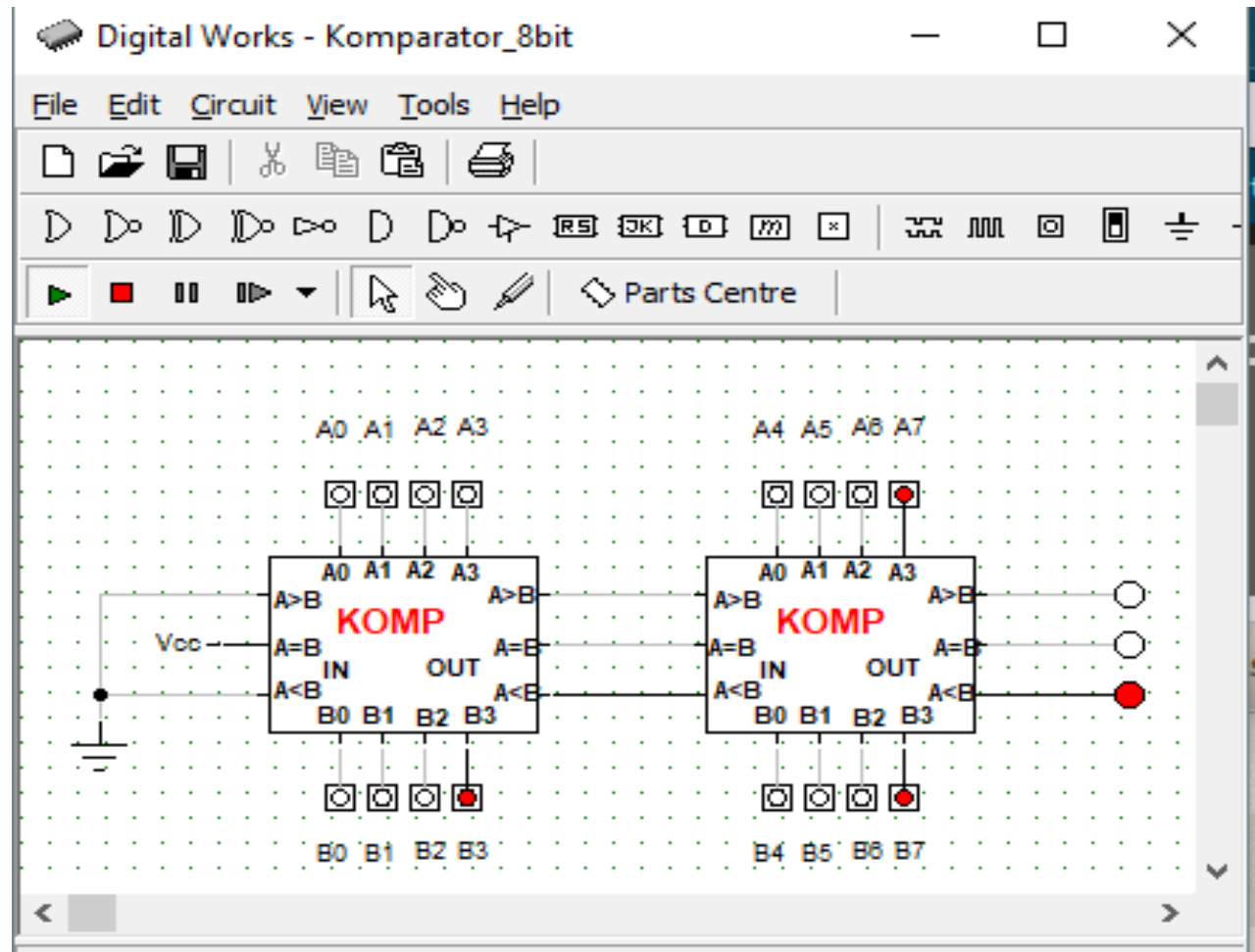
- Kimenetei a relációkat jelzik ($A < B, A = B, A > B$).

- Komparátorok soros bővítése:



Több bites komparátorok szimuláció

A=1000 0000
B=1000 1000



Paritásképzés és ellenőrzés

HIBAFELISMERŐ ÉS HIBAJAVÍTÓ KÓDOK

Legegyszerűbb hibafelismerési eljárás:
- paritásbit átvitele

A paritásélembes kód elve - egy adott kód kódszavát kiegészítjük úgy, hogy a kiegészített kódszóban az 1-esek száma páros, vagy páratlan legyen.

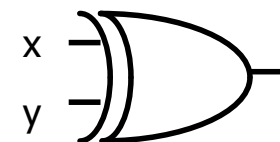
- páros paritás
- páratlan paritás

Páros paritás		Páratlan paritás	
P	BCD	P	BCD
0	0000	1	0000
1	0001	0	0001
1	0010	0	0010
0	0011	1	0011
1	0100	0	0100
0	0101	1	0101
0	0110	1	0110
1	0111	0	0111
1	1000	0	1000
0	1001	1	1001

A paritás képzés hátrányai:

- Nem tudjuk kijavítani a hibát, ha detektáljuk is
- Ha egyszerre több bit hibásodik meg, nem biztos, hogy a paritásellenőrzés felfedezi, mert lehet, hogy egyszerre két (vagy páros számú) bit is megváltoztatja értékét.

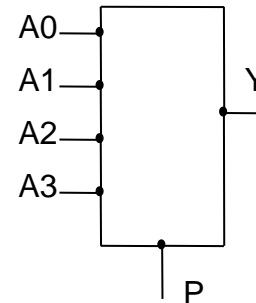
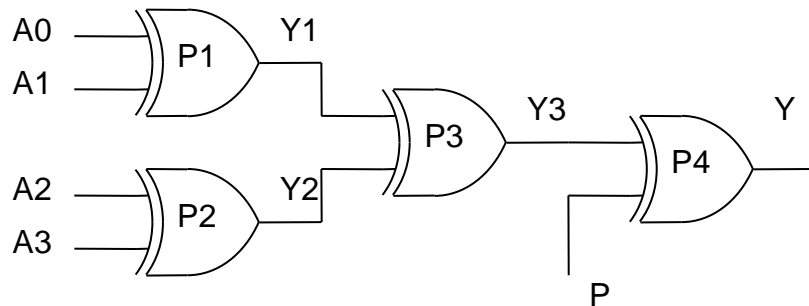
x	y	x XOR y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Legegyszerűbb paritásképző: XOR kapu

Paritásellenőrző áramkör

Paritásellenőrző áramkör 4 bites szavak részére



P – Paritás típus beállító jel:

Y ₃	P	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

A ₀	A ₁	A ₂	A ₃	Y ₁	Y ₂	Y ₃
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	0

- $P = 0 \Rightarrow Y = Y_3 \Rightarrow$ páros paritás generáló
- $P = 1 \Rightarrow Y = \overline{Y_3} \Rightarrow$ páratlan paritás generáló

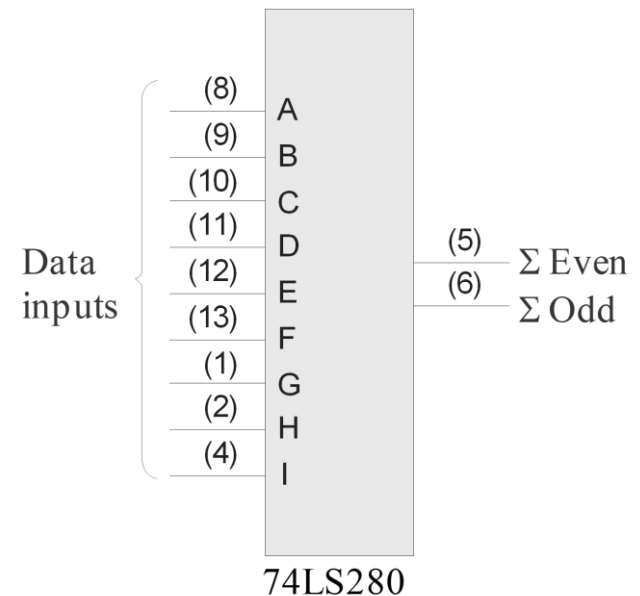
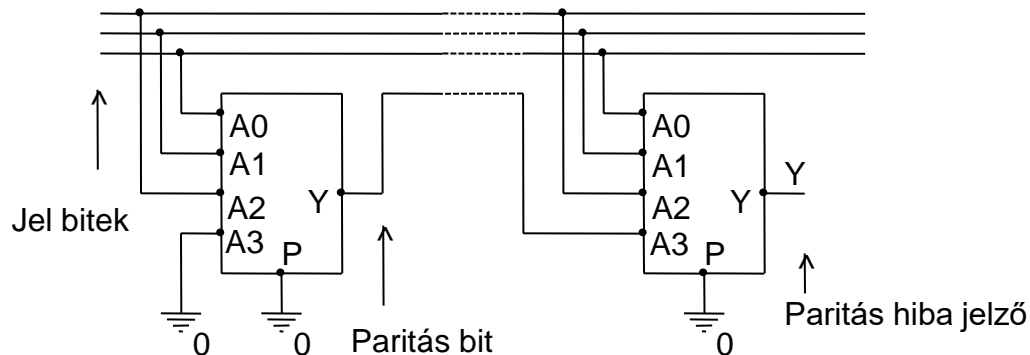
Adatátviteli rendszer paritásellenőrzéssel

ADÓ – paritásgeneráló:

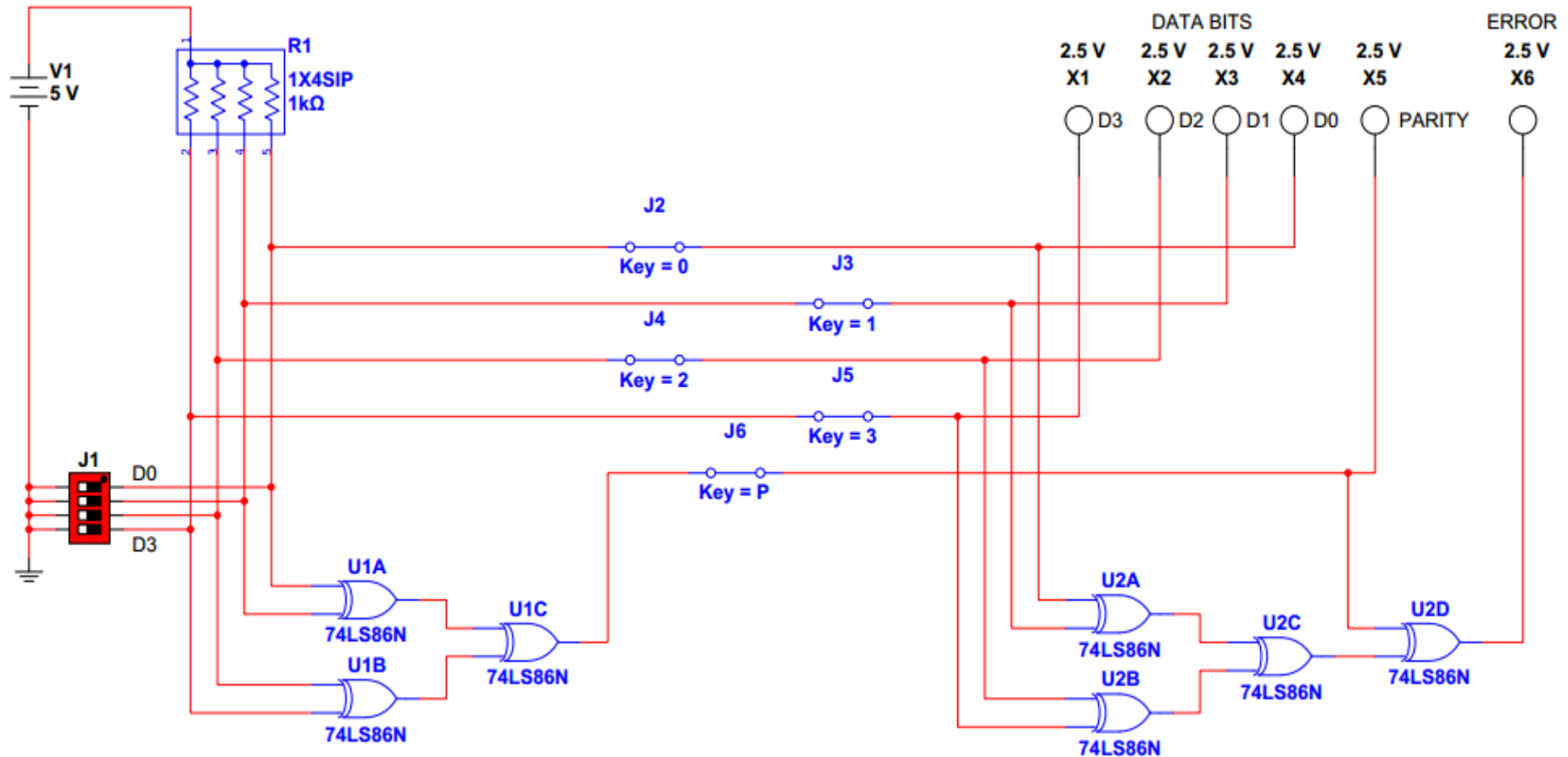
- Az adott jel biteket kiegészítjük a paritás bittel => a kiegészített kódszóban az 1-esek száma páros.

VEVŐ – paritásvizsgáló:

- A kiegészített kódszó - paritásellenőrzés

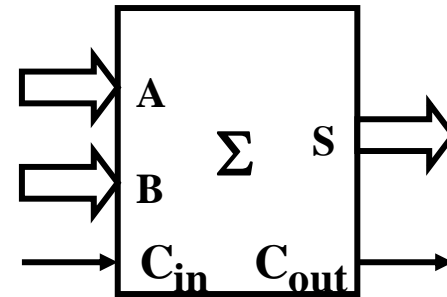


Adatátviteli rendszer paritásellenőrzéssel



Összeadók

- Az összeadó áramkör (adder)
 - bemenetek
 - A és B érkező számok
 - az előző helyérték átvitel (C_{in} -carry)
 - kimenetek
 - az összeg (S)
 - átvitel (C_{out})



- Fél összeadók (half adder)
- Teljes összeadók (full adder)

Működési mód tekintetében:

- SOROS ÖSSZEADÓK
- PÁRHUZAMOS ÖSSZEADÓK

Az operandusok kódolását tekintve:

- BINÁRIS ÖSSZEADÓK
- BCD ÖSSZEADÓK

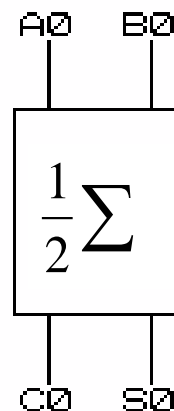
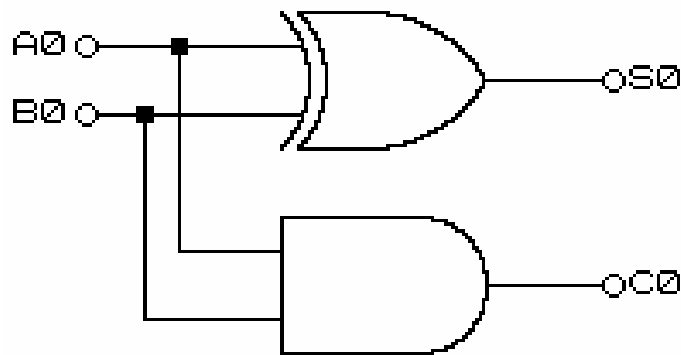
Fél összeadók

Nem veszik figyelembe az előző helyérték átvitelét
Csak a legkisebb helyértéken használható

A_0	B_0	S_0	C_0
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S_0 = \bar{A}_0 \cdot B_0 + A_0 \cdot \bar{B}_0 = A \oplus B$$

$$C_0 = A_0 \cdot B_0$$



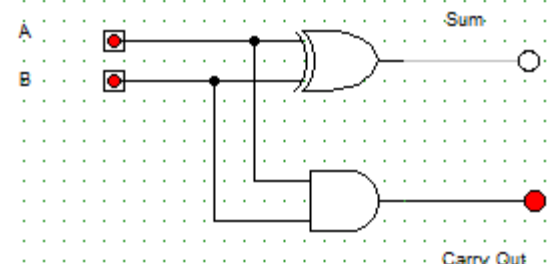
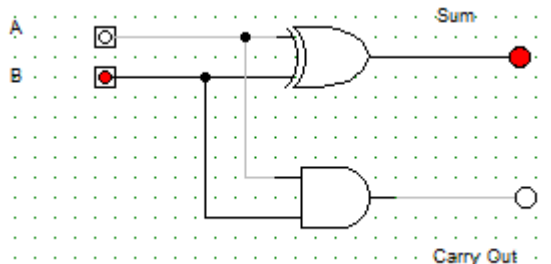
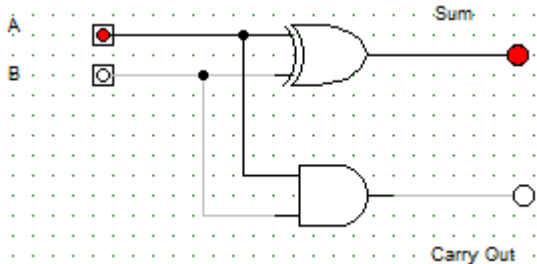
Fél összeadók

Nem veszik figyelembe az előző helyérték átvitelét
Csak a legkisebb helyértéken használható

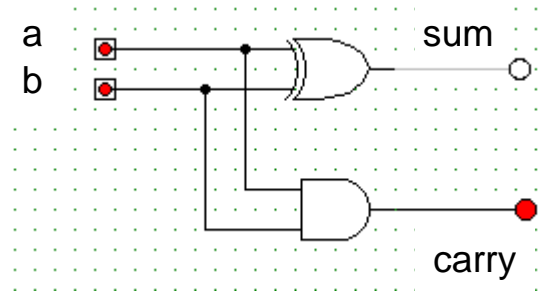
A_0	B_0	S_0	C_0
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$S_0 = \bar{A}_0 \cdot B_0 + A_0 \cdot \bar{B}_0 = A \oplus B$$

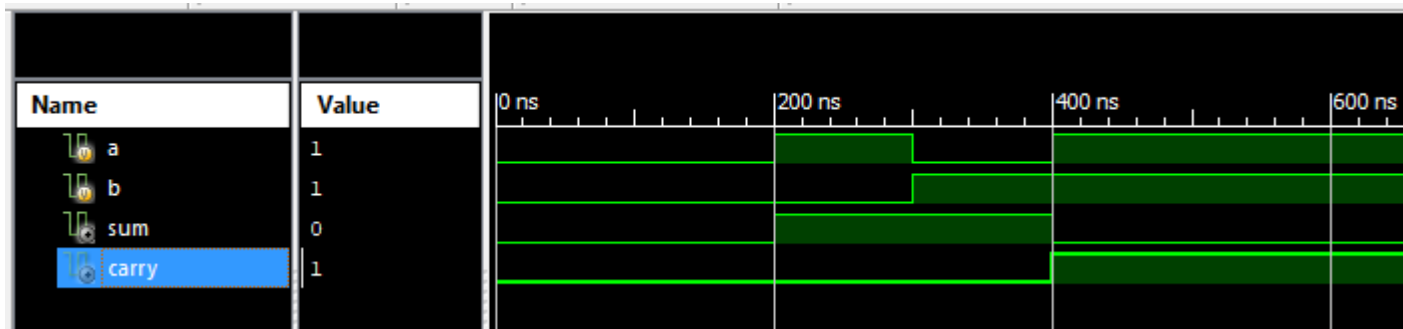
$$C_0 = A_0 \cdot B_0$$



1-bites fél összeadó Verilog strukturális modellje



```
module half_add (output sum, carry, input a, b);  
    xor (sum, a, b); // exclusive OR  
    and (carry, a ,b); // AND  
endmodule
```



Teljes összeadók

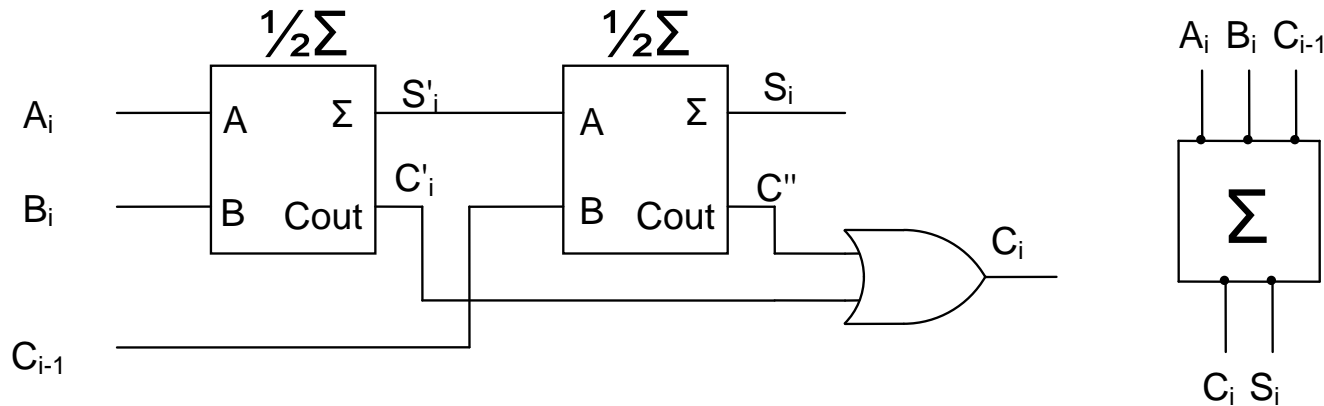
Figyelembe veszik az előző helyérték átvitelét

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

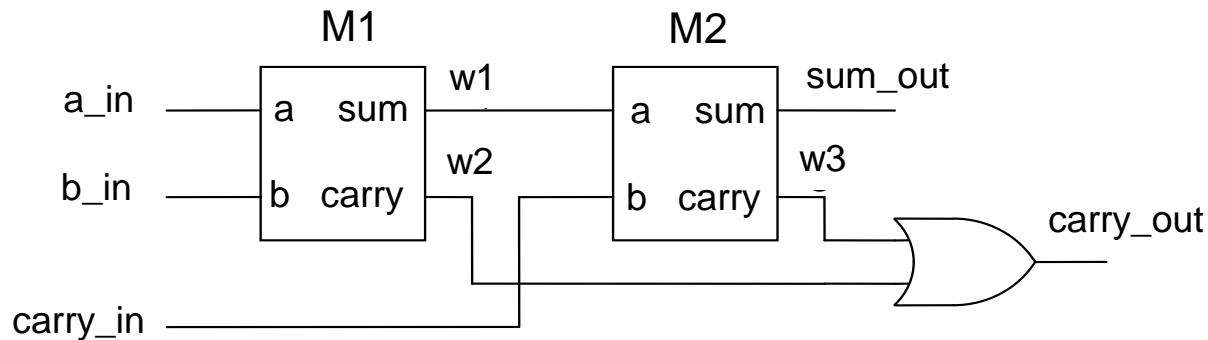
$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + A_i C_{i-1} + B_i C_{i-1}$$

Teljes összeadó két félösszeadóból:



1-bites teljes összeadó Verilog strukturális modellje



Névszerinti összekötés

```
module full_add (output sum_out, carry_out, input a_in, b_in, carry_in );
```

```
wire w1, w2, w3;
```

```
half_add M1 (.a(a_in), .sum(w1), .b(b_in), .carry(w2));
```

```
half_add M2 (.sum(sum_out), .a(w1), .carry(w3), .b(carry_in));
```

```
or (carry_out, w2, w3);
```

```
endmodule
```

Teljes összeadók

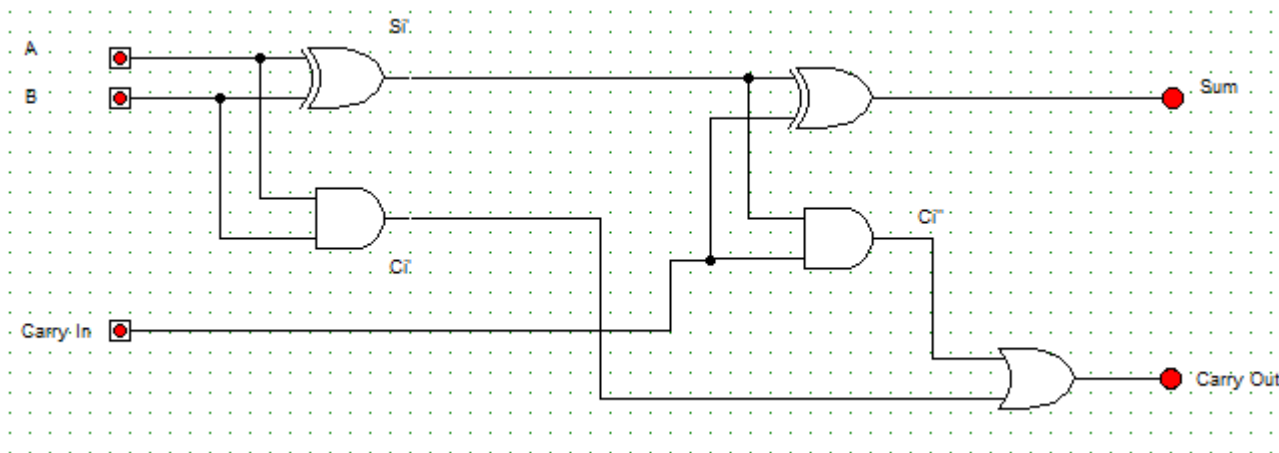
Figyelembe veszik az előző helyérték átvitelét

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + A_i C_{i-1} + B_i C_{i-1}$$

Teljes összeadó két félösszeadókból:



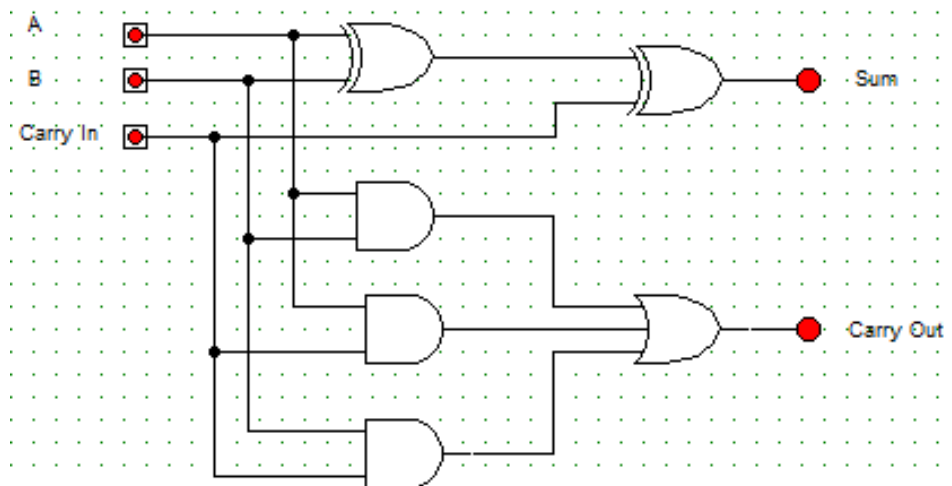
Teljes összeadók

Figyelembe veszik az előző helyérték átvitelét

A_i	B_i	C_{i-1}	S_i	C_i
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

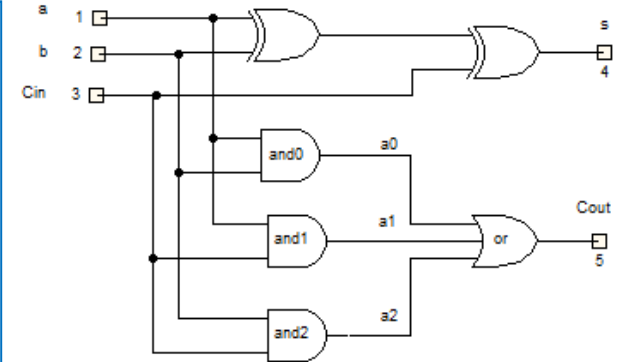
$$S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_{i-1}$$

$$C_i = A_i B_i + A_i C_{i-1} + B_i C_{i-1}$$



Lab6_4: 1-bites teljes összeadó leírása

```
// A verzió
module add1_full (input a, b, cin, output cout, s);
xor3_m xor(.i0(a), .i1(b), .i2(cin), .o(s));
wire a0, a1, a2;
and2_m and0(.i0(a), .i1(b), .o(a0));
and2_m and1(.i0(a), .i1(cin), .o(a1));
and2_m and2(.i0(b), .i1(cin), .o(a2));
or3_m or(.i0(a0), .i1(a1), .i2(a2), .o(cout))
endmodule
```



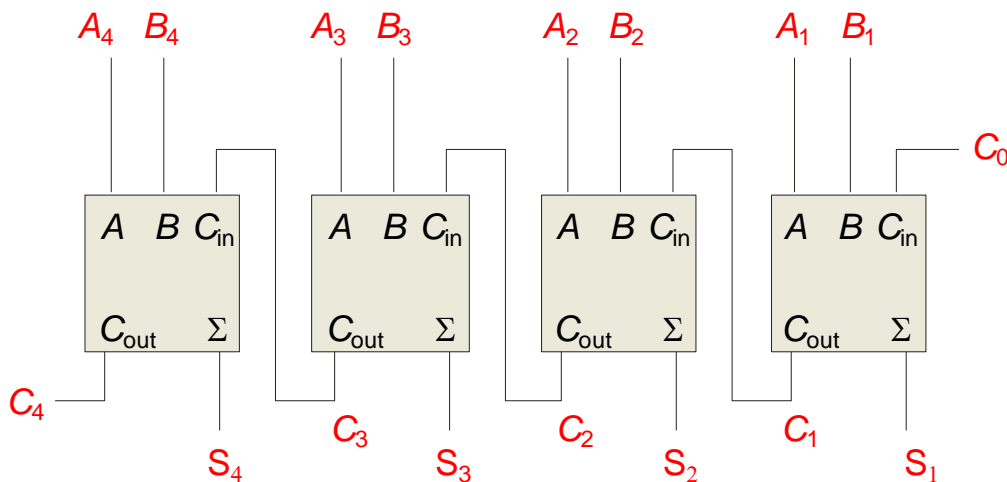
```
// B verzió
module add1_full (input a, b, cin, output cout, s);
assign s = a ^ b ^ cin;
assign cout = (a & b) | (a & cin) | (b & cin);
endmodule
```

```
// C verzió
module add1_full (input a, b, cin, output cout, s);
assign {cout, s} = a + b + cin;
endmodule
```

Több bites összeadók I

A több bites számokat teljes összeadókból építhetjük meg

Soros átvitelű 4 bites összeadó (Ripple carry adder): 7483



Lassú

S_i és C_i eredményt csak azután kapjuk meg amikor C_{i-1} felvette végső értékét

4 bites soros átvitelű összeadó

- Funkcionális kódrészlet

```
// 5_5a 4 bites soros átvitelű összeadó
module add4 (input [3:0] a, b, output [4:0] s);
  wire [3:0] c;
  add1_full add0(.a(a[0]), .b(b[0]), .cin(1'b0), .cout(c[0]), .s(s[0]));
  add1_full add1(.a(a[1]), .b(b[1]), .cin(c[0]), .cout(c[1]), .s(s[1]));
  add1_full add2(.a(a[2]), .b(b[2]), .cin(c[1]), .cout(c[2]), .s(s[2]));
  add1_full add3(.a(a[3]), .b(b[3]), .cin(c[2]), .cout(s[4]), .s(s[3]));
endmodule
```

4 bites összeadó viselkedési leírás

```
// 5_5b  
module add4 (input [3:0] a, b, output [4:0] s);  
assign s = a + b;  
endmodule
```

```
module add4 (input [3:0] a, b, input cin, output cout, output [3:0] sum);  
assign {cout, sum} = a + b + cin;  
endmodule
```


Több bites összeadók II

Párhuzamos átvitelű 4 bites összeadó (Look-ahead carry adder) = gyors átvitelképző

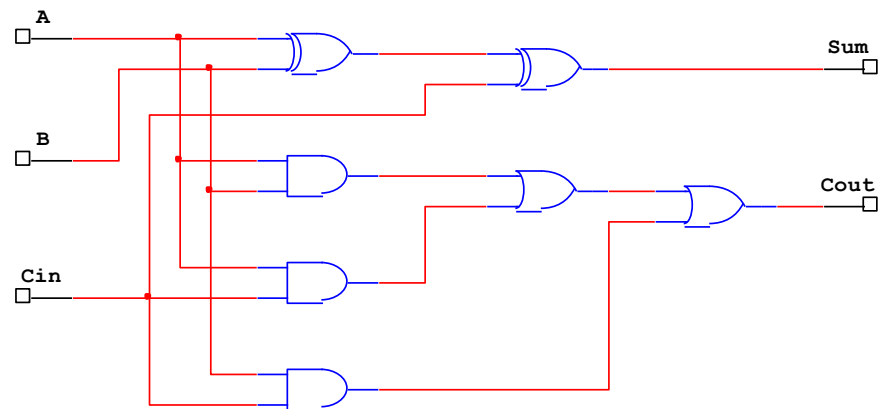
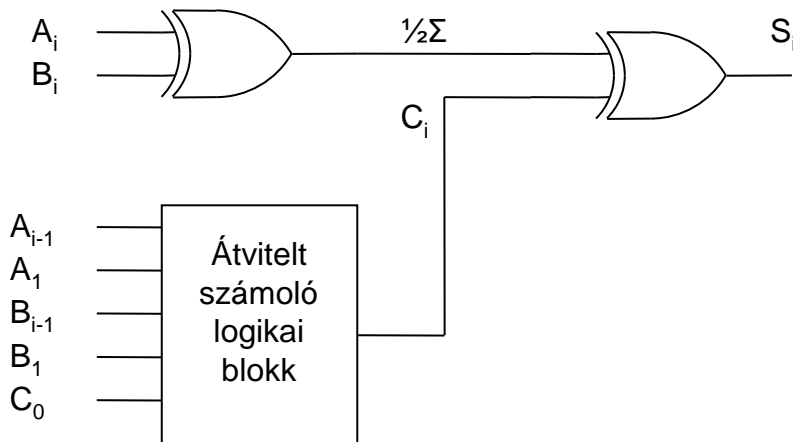
$$C_i = A_i B_i + (A_i + B_i) C_{i-1} = (A_i B_i + A_i C_{i-1}) + B_i C_{i-1}$$

Generate carry

C_{gi}

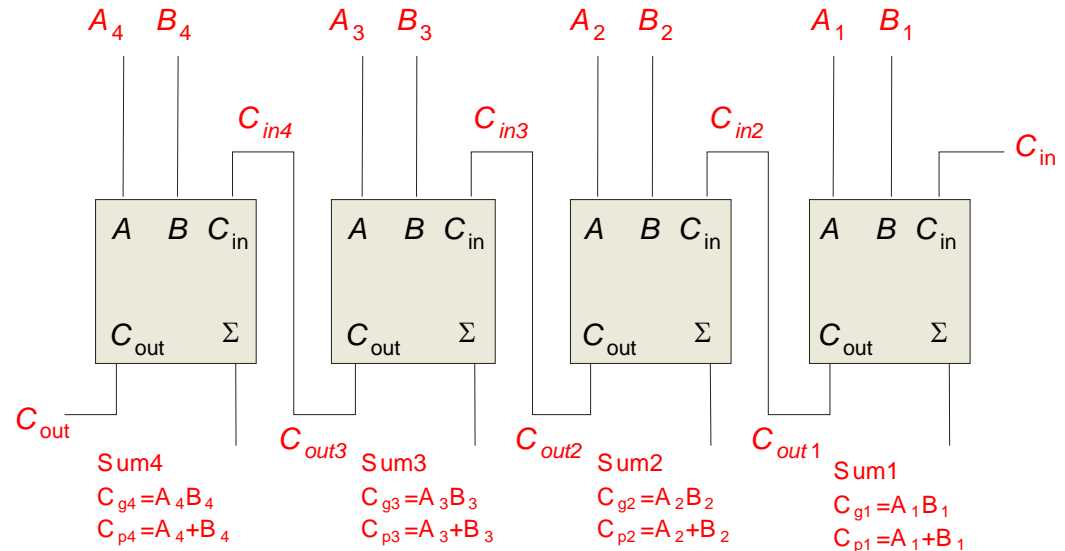
C_{pi}

Propagate carry



Párhuzamos átvitelű 4 bites összeadó

Look-ahead carry adder =
gyors átvitelképző



$$C_{out1} = C_{g1} + C_{p1} C_{in1}$$

$$C_{in2} = C_{out1}$$

$$C_{out2} = C_{g2} + C_{p2} C_{in2} = C_{g2} + C_{p2} C_{out1} = C_{g2} + C_{p2} (C_{g1} + C_{p1} C_{in1}) = C_{g2} + C_{p2} C_{g1} + C_{p2} C_{p1} C_{in1}$$

$$C_{out2} = A_2 B_2 + (A_2 + B_2) A_1 B_1 + (A_2 + B_2) (A_1 + B_1) C_{in1}$$

$$C_{in3} = C_{out2}$$

$$C_{out3} = C_{g3} + C_{p3} C_{in3} = C_{g3} + C_{p3} C_{out2} = C_{g3} + C_{p3} (C_{g2} + C_{p2} C_{g1} + C_{p2} C_{p1} C_{in1}) = C_{g3} + C_{p3} C_{g2} +$$

$$C_{p3} C_{p2} C_{g1} + C_{p3} C_{p2} C_{p1} C_{in1}$$

$$C_{in4} = C_{out3}$$

$$C_{out4} = C_{g4} + C_{p4} C_{in4} = C_{g4} + C_{p4} C_{out3} = C_{g4} + C_{p4} (C_{g3} + C_{p3} C_{g2} + C_{p3} C_{p2} C_{g1} + C_{p3} C_{p2} C_{p1} C_{in1}) =$$

$$C_{g4} + C_{p4} C_{g3} + C_{p4} C_{p3} C_{g2} + C_{p4} C_{p3} C_{p2} C_{g1} + C_{p4} C_{p3} C_{p2} C_{p1} C_{in1}$$

Párhuzamos átvitelű 4 bites összeadó

$$C_{out1} = C_{g1} + C_{p1} C_{in1}$$

$$C_{in2} = C_{out1}$$

$$C_{out2} = C_{g2} + C_{p2} C_{in2} = C_{g2} + C_{p2} C_{out1} = C_{g2} + C_{p2} (C_{g1} + C_{p1} C_{in1}) = C_{g2} + C_{p2} C_{g1} + C_{p2} C_{p1} C_{in1}$$

$$C_{out2} = A_2 B_2 + (A_2 + B_2) A_1 B_1 + (A_2 + B_2) (A_1 + B_1) C_{in1}$$

$$C_{in3} = C_{out2}$$

$$C_{out3} = C_{g3} + C_{p3} C_{in3} = C_{g3} + C_{p3} C_{out2} = C_{g3} + C_{p3} (C_{g2} + C_{p2} C_{g1} + C_{p2} C_{p1} C_{in1}) = C_{g3} + C_{p3} C_{g2} + C_{p3} C_{p2} C_{g1} +$$

$$C_{p3} C_{p2} C_{p1} C_{in1}$$

$$C_{in4} = C_{out3}$$

$$C_{out4} = C_{g4} + C_{p4} C_{in4} = C_{g4} + C_{p4} C_{out3} = C_{g4} + C_{p4} (C_{g3} + C_{p3} C_{g2} + C_{p3} C_{p2} C_{g1} + C_{p3} C_{p2} C_{p1} C_{in1}) = C_{g4} + C_{p4} C_{g3} +$$

$$C_{p4} C_{p3} C_{g2} + C_{p4} C_{p3} C_{p2} C_{g1} + C_{p4} C_{p3} C_{p2} C_{p1} C_{in1}$$

